

# MC-CDMA における LDPC 符号化 HARQ のスループット特性

福田 郁<sup>†</sup> 中島 昭範<sup>†</sup> 安達 文幸<sup>‡</sup>

東北大学工学研究科電気・通信工学専攻  
〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻 6-6-05

E-mail: † {fukuda, nakajima}@mobile.ecei.tohoku.ac.jp, ‡ adachi@ecei.tohoku.ac.jp

**あらまし** 次世代無線通信では高速パケット通信技術が求められており、自動再送要求(ARQ)に誤り訂正符号化を組み合わせた Hybrid ARQ (HARQ)が注目されている。最近、比較的少ない復号演算量で強力な誤り訂正能力を実現できる LDPC 符号を誤り訂正に用いることが検討されている。また、マルチアクセス方式として多数の直交サブキャリアを用いて並列伝送を行う MC-CDMA の研究が盛んに行われている。本論文では、周波数選択性フェージング環境下での MC-CDMA における LDPC 符号化 HARQ のスループットについて検討している。その結果、ターボ符号化 HARQ と同様にパリティビット系列を複数個に分割して少しずつ送信する type II HARQ が優れたスループット特性を与えること、ターボ符号化 HARQ と異なり拡散率を大きくすることでスループット特性を向上できることを明らかにしている。また LDPC 符号化 HARQ はターボ符号化 HARQ より優れたスループットを与える可能性があることを示している。

**キーワード** LDPC 符号, HARQ, MC-CDMA

## The Throughput Performance of LDPC Coded HARQ for MC-CDMA

Kaoru FUKUDA<sup>†</sup> Akinori NAKAJIMA<sup>†</sup> and Fumiyuki ADACHI<sup>‡</sup>

Dept. of Electrical and Communication Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University

6-6-05 Aza-Aoba, Aramaki, Aoba-ku, Sendai, 980-8579 Japan

E-mail: † {fukuda, nakajima}@mobile.ecei.tohoku.ac.jp, ‡ adachi@ecei.tohoku.ac.jp

**Abstract** Broadband packet access techniques will be required for the next generation mobile communications systems. Hybrid ARQ (HARQ) is one of the promising error control techniques. Recently, LDPC coding is gaining much attention. Multi-carrier code division multiple access (MC-CDMA), which uses a number of subcarriers to reduce the ISI resulting from frequency selective channels, has been attracting a lot of attention. In this paper, we consider LDPC-coded HARQ for an MC-CDMA system and evaluate, by the computer simulation, its throughput in a frequency selective fading environment. It is shown that the use of larger spreading factor gives higher throughput unlike turbo-coded HARQ and the type II HARQ provides a good throughput. It is also shown that the LDPC-coded HARQ has a possibility to provide a better throughput performance than turbo-coded HARQ.

**Keyword** LDPC code, HARQ, MC-CDMA.

### 1. まえがき

次世代移動無線通信システムでは、1Gbps を超える通信速度を実現する無線パケットアクセス技術が求められている[1]。パケット伝送における誤り制御技術のひとつとして誤り訂正符号化と自動再送要求(Automatic Repeat reQuest : ARQ)を組み合わせた Hybrid ARQ (HARQ)が知られている。1993年にBerrouらによって提案されたターボ符号[2]は AWGN チャネルにおいて Shannon 限界に迫る強力な誤り訂正能力を有しており、第3世代移動無線通信システムで採用されている。しかしながら、ターボ符号は復号演算量が大きいという問題があり、下りリンクでは移動端末に大きな負担をかけることになってしまう。このため、ターボ符号より少ない復号演算量で強力な誤り訂正能力を有する符号が求められている。そのような符号として低密度パリティ検査(Low-density parity-check : LDPC)符号[3]が最近注目を

集めている[4,5]。LDPC 符号は、1962年にGallagerによって提案された符号であり、低密度な、およびそれと組になる符号生成行列によって定義される。

ところで、移動無線チャネルでは遅延時間の異なる複数の伝搬路から構成される周波数選択性フェージングチャネルが生じる。このためシングルキャリア伝送では符号間干渉が生じ、平均誤り率特性が大きく劣化してしまう[6]。そこで、多数の直交サブキャリアを用いて並列伝送することで符号間干渉を軽減することができる Multi-carrier code division multiple access (MC-CDMA)が有望視されている[7-9]。これまで、LDPC 符号の平均ビット誤り率特性、および平均パケット誤り率特性についての評価は行われてきたが[4,5]、筆者らの知る限り MC-CDMA における HARQ のスループットについての検討、およびターボ符号との比較は行われていない。本論文では、LDPC 符号化 HARQ を用いたときのスループット特性について検討している。

本論文の構成は以下のようになっている。第 2 章では LDPC 符号化 HARQ について紹介している。第 3 章では MC-CDMA HARQ 伝送系について述べている。第 4 章では計算機シミュレーションによりスループット特性を評価している。第 5 章はむすびである。

## 2. LDPC 符号化 HARQ

### 2.1. LDPC 符号[10]

一般的に誤り訂正能力と復号演算量はトレードオフの関係にある。LDPC 符号は Sum-product 復号との組み合わせにより、比較的簡単な符号化器、復号器で強力な誤り訂正を実現できる。対数領域 Sum-product 復号では繰り返し復号を行う。パリティ検査方程式に基づき、次式で表わされる対数尤度比(Log Likelihood Ratio : LLR) $\lambda_n$ から外部値を計算する。

$$\lambda_n \equiv \ln \frac{P(y_n | w_n = 0)}{P(y_n | w_n = 1)} \quad (1)$$

ただし  $P(y_n | w_n)$  は、ビット  $w_n$  を送信した場合に受信信号が  $y_n$  となる条件付確率である。次に、外部値から事前値を計算する。この事前値は、これ以降の繰り返しステージにおける外部値の計算に用いられる。外部値から仮判定符号語を求め、パリティ検査において誤りが検出されなかった場合には受信符号語として出力し、誤りが検出された場合には、次ステージの復号処理へと進むことになる。

### 2.2. HARQ

自動再送要求(ARQ)[11]では、受信側で情報ビット系列に誤りが検出されなかった場合、送信側に Acknowledgement(ACK)信号を送り、次の情報ビット系列の送信を要求する。誤りが検出された場合には Non ACK(NAK)信号を送信側に送り、再送を要求する。送信側では同一情報ビット系列をもう一度送信する。受信側では、再送信号をバッファに保存していた先の受信信号とパケット合成し、復調することで時間ダイバーシチ効果を得ることができる。スループット特性の向上のため ARQ に誤り訂正符号化を組み合わせたものが HARQ である。HARQ では、パリティビット系列をどのように送信するかによって、スループット特性や平均送信回数が変わる。文献[12]で述べているように、HARQ のパケット送信法は図 1 のように type I と type II とに区別できる。

#### 2.2.1. Type I

受信側で誤りを検出した場合、同一の符号語を再送する。毎回、必ずパリティビットを送信するため、最大スループットが ARQ の最大スループットの  $R(<1)$  倍に制限されてしまい、伝搬環境が良好な場合には非効率的である。

#### 2.2.2. Type II

まず情報ビット系列を送信し、誤りが検出された場合には、複数個に分割したパリティビット系列を誤りが検出されなくなるまで順に送信する。パリティビット系列を  $X$  個に分割する送信法を S-PX と呼ぶ[12]。パリティビット系列を分割して送信することで、必要最低限の送信ビット数で誤りのない通信が可能になる。しかしながら、送信回数が type I に比べて増加するという問題が生じる。

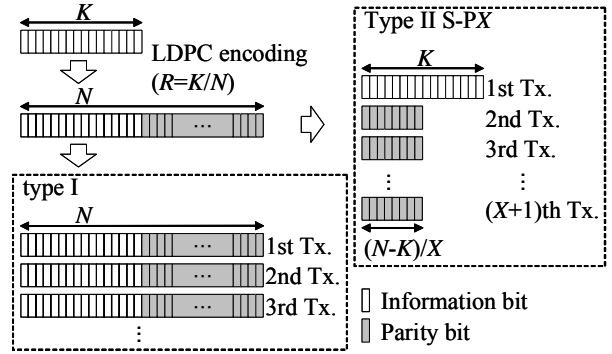


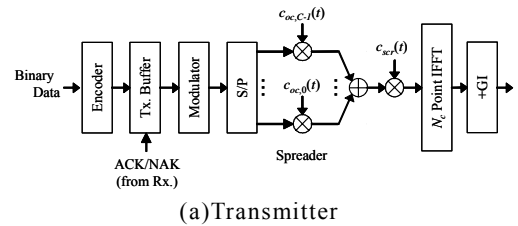
図 1 HARQ の送信法

## 3. MC-CDMA における HARQ[12]

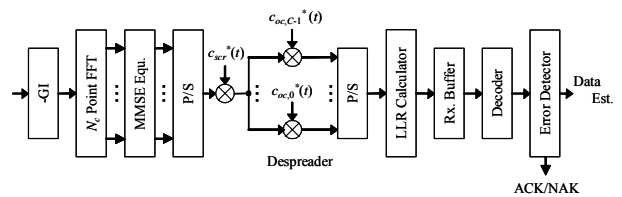
図 2 に MC-CDMA HARQ 伝送系を示す。

送信側では、まず情報ビット系列を符号化する。符号語をバッファに保存し、必要に応じて送信ビット系列を出力する。送信ビット系列をデータシンボル系列  $\{d(n):n=0 \sim N_c C/SF-1\}$  に変換した後、S/P(Serial/Parallel)変換によりコード多重数  $C$  個の並列系列に変換する。ここで、 $N_c$  はサブキャリア数、 $SF$  は拡散率である。 $c$  番目の並列系列の  $n$  番目の送信シンボルを  $\{d_c(n):n=0 \sim N_c/SF-1\}$  と表記することにする。 $c$  番目の並列系列に直交拡散符号  $\{c_{oc,c}(k):k=0 \sim SF-1, c=0 \sim C\}$  を乗算した後、 $C$  個の拡散系列を加算する(コード多重)。その後、長周期のスクランブル符号  $\{c_{scr}(k):k=0 \sim N_c-1\}$  を乗算し、IFFT により  $N_c$  個のサブキャリアの MC-CDMA 信号に変換する。最後に、ブロック間干渉抑圧のためにフレームの末尾の  $N_g$  サンプルを  $N_c$  サンプルのフレームの先頭にガードインターバル(Guard Interval : GI)として挿入し送信する。送信信号は、遅延時間の異なる  $L$  個の独立なパスから構成されるマルチパスチャネルを伝搬し、受信アンテナで受信される。

受信側では、まず GI を取り除く。そして、 $N_c$  個のサブキャリア成分を得るために  $N_c$  ポイント FFT を適用する。各サブキャリア成分について MMSE(Minimum Mean Square Error)規範に基づく周波数領域等化[9]を行う。その後、P/S 変換および逆スクランブルを行い、コード多重数  $C$  個分コピーする。そして  $C$  個の直交拡散



(a) Transmitter



(b) Receiver

図 2 MC-CDMA HARQ 伝送系

符号を用いて逆拡散を行う。逆拡散後、P/S 変換すれば受信データシンボル系列が得られる。LLR を計算して受信バッファに格納する。復号の後、誤り検出を行い、その結果に応じて ACK/NAK 信号を送信側に送信する。

#### 4. 計算機シミュレーション

##### 4.1. シミュレーション条件

シミュレーション諸元を表 1 に示す。LDPC 符号の  $\mathbf{H}$ [10] は、表 2 に示す符号化率  $R=1/3$  について最適化された重み分散を満たし、かつ  $\mathbf{H}$  内に 1 がランダムに位置するように生成した。ただし、列重み( $\mathbf{H}$  のある列に含まれている 1 の個数)が 2 の列については、図 3 のように符号間距離の小さな符号語が生成されないように 1 を階段状に配置した[13]。その上で、チャンネル利得のバースト的な落ち込みに対応するため、 $\mathbf{H}$  の列をランダムに置換することにより、ビットインターリーブ効果を得ている。また列重みが大きい列は誤り訂正能力が大きいので[5]、情報ビットの復号に優先的に利用した。直交拡散符号として Walsh-Hadamard (WH)符号[14]を、スクランブル符号として長周期擬似雑音 (Pseudo Noise : PN)符号[14]を用いた。FFT ポイント数(サブキャリア数)は  $N_c=256$ 、GI のサンプル数は  $N_g=32$  とした。コード多重数  $C$  を拡散率  $SF$  と等しくし(等価拡散率  $SF_{eq}=SF/C=1$  であり、OFDM と同一伝送速度になる)、 $SF$  を変化させても 1 パケット当たり送信できるビット数が等しくなるようにした。

比較対象として用いるターボ符号は、情報ビット系列と同じ長さの 2 つのパリティビット系列を持つ。ターボ符号に関するパラメータ[15]を表 3 に示す。バースト誤り対策としてできるだけ正方形に近いブロックチャンネルインターリーブを用いた。ターボ符号における type II については文献[12]のチャンネルインターリーブを用いた。

フェージングチャンネルは独立な  $L=16$  個の独立なパスから構成される周波数選択性のブロックレイフェージングチャンネルとした。各パスの間隔は  $T_c(\tau_l=l)$ 、パス利得の平均値は  $E[|h_l|^2]=1/L$  とした。また、ガードインターバル挿入後のフレーム長  $T=(N_c+N_g)T_c$  で正規化した最大ドップラー周波数  $f_dT$  は  $f_dT=0.001$  であるものとした。これは、搬送波周波数 5GHz、送信チップレート  $1/T_c=100\text{Mcps}$ 、移動速度約 80km/h のときに相当する。チャンネル推定、誤り検出、ACK/NAK 信号の送受信は理想的に行われるものとした。

##### 4.2. スループット特性

図 4 に type I( $R=1/2$ )、type II S-P8 および符号化しない場合(単純 ARQ)の LDPC 符号とターボ符号のスループット特性を示す。図 4 から分かるように、平均受信  $E_s/N_0$  が小さい範囲では type I を用いることによって符号化利得が得られ、単純 ARQ より大きなスループットを得ることができる。しかし、平均受信  $E_s/N_0$  が大きい範囲では単純 ARQ のスループットの方が大きくなる。これは、type I( $R=1/2$ )では常に情報ビット系列と同じだけのパリティビット系列を送信しているために、伝搬環境が良好な場合でも 1bps/Hz 以上のスループットを達成できないからである。符号化率  $R$  を大きくすれば最大スループットが大きくなるが、符号化利得が減少して平均受信  $E_s/N_0$  が小さい範囲でスループットが小さくなってしまふ。一方、type II S-P8 を用いたときのスループット特性は常に type I( $R=1/2$ )および単純 ARQ よりも大きいことが分かる。これは、パリティビット系列を細かく分けているため、不必要なパリティビットの送信が極力抑えられているからである。

表 1 シミュレーション諸元

Information sequence length	K=1024 bits	
Channel code	R=1/3 LDPC code and turbo code	
Data modulation	QPSK	
MC-CDMA	Spreading code	WH codes and a long PN code
	No. FFT points	$N_c = 256$
	GI	$N_g = 32$
	Spreading factor	$SF=1\sim 256$
	Code multiplex order	$C=SF$
Channel model	Data channel	Rayleigh fading $\tau_l=l(l=0\sim 15)$ $f_dT=0.001$
	ARQ channel	Ideal
Channel estimation	Ideal	
ARQ	Error detection	Ideal
	Number of transmission	$\infty$
	type	Basic, type I and type II

表 2 重みの分散

(a)列重み

列重み	列の割合	列重み	列の割合
2	0.541992	15	0.000651
3	0.26237	16	0.007813
6	0.088542	18	0.002604
7	0.048177	36	0.01888
13	0.005534	38	0.000651
14	0.022786		

(b)行重み

行重み	列の割合
6	1

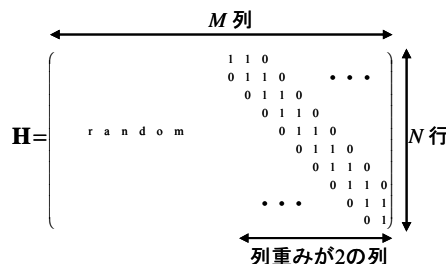


図 3 内の階段状配列

表 3 ターボ符号のパラメータ設定

Encoder	Component encoder	(13,15) RSC
	Internal interleaver	S-random ( $S=K^{1/2}$ )
Decoder	Component decoder	Log map
	Number of iteration	8

以上のように、スループット特性の面から判断すれば type II S-P8 が最も優れたパケット送信法となるが、図 5 に示すように 1 情報ビット系列の送信に費やす平均送信回数は type I( $R=1/2$ )より type II S-P8 の方が多く、遅延や復号演算量に制限がある場合には type II S-P8 が最適な送信法とならない場合も考えられる。type II におけるパリティビット系列の分割数  $X$  を小さくすることにより平均送信回数を減らすこと

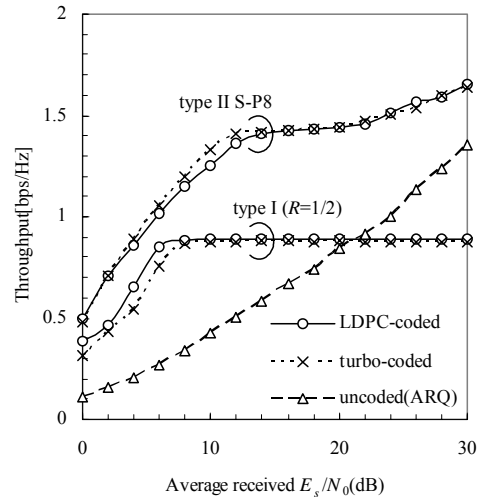
ができるが、不必要なパリティビットの送信が増え、スループット特性が劣化してしまう。このように、スループット特性と平均送信回数はトレードオフの関係にある。

type I( $R=1/2$ )について LDPC 符号化 HARQ とターボ符号化 HARQ を比較する。図 4 から、LDPC 符号化 HARQ はターボ符号化 HARQ と同等かそれよりわずかではあるが良好なスループット特性を示すことが分かる。スループットの差は特に  $SF=16$  で大きく、 $SF=256$  では同じである。このことを議論するため、図 6 に LDPC 符号とターボ符号の平均パケット誤り率(PER)特性を示した。type I( $R=1/2$ )においてスループットに差が生じたのは、図 6(b)が示すように、符号化率  $R=1/2$  のとき LDPC 符号がターボ符号に比べ大きな誤り訂正能力を有していること、平均 PER 特性の差は  $SF=16$  で大きく、 $SF=256$  では小さいことによるものと考えられる。

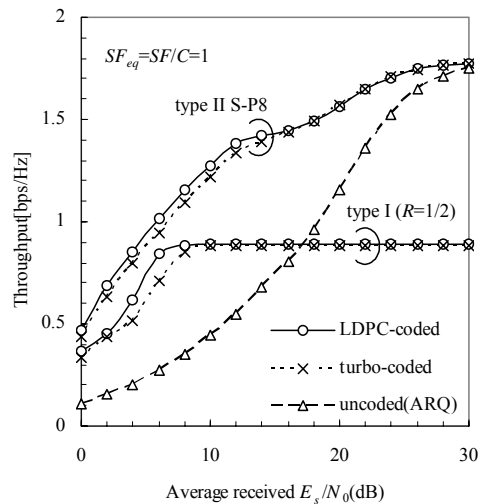
type II S-P8 について LDPC 符号化 HARQ とターボ符号化 HARQ を比較する。図 4(b)から分かるように、 $SF=16$  ではターボ符号の平均 PER 特性が大きく劣化するため LDPC 符号化 HARQ のスループットの方が大きい。一方、図 4(a),(c)から分かるように、 $SF=1$ (OFDM)および  $SF=256$  では、スループット 1.3bps/Hz を達成する  $E_s/N_0$  付近でターボ符号化 HARQ の方が大きくなる。このような  $E_s/N_0$  の範囲では、送信回数が 2 回および 3 回が中心となっており、誤りなく通信できる符号化率は  $R=4/5$  もしくは  $R=2/3$  となっている。今回用いた LDPC 符号は符号化率  $R=1/3$ (図 6(a)にその平均 PER 特性を示す)について最適化されたものであり、パンクチャして  $R=2/3$  のような高符号化率で用いた場合には、図 6(c)に示すように誤り訂正能力でターボ符号より劣り、結果として LDPC 符号化 HARQ スループットがターボ符号化 HARQ より劣化したと考えられる。

### 4.3. 拡散率の影響

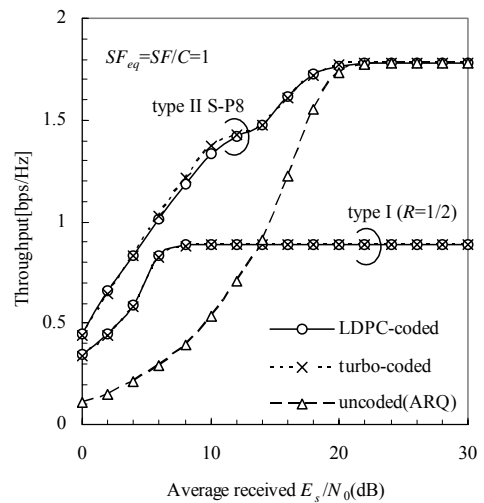
図 7 は、 $SF$  の関数としてプロットしたときの type II S-P8 のスループット特性である。LDPC 符号化 type II S-P8 では、平均受信  $E_s/N_0=0$ dB において  $SF$  を大きくすると、スループットがわずかであるが減少することが分かる。これは平均受信  $E_s/N_0=0$ dB では  $SF$  を大きくしても周波数ダイバーシチ効果はほとんど得られないこと、コード間の直交性の崩れが増大し平均誤り率が劣化することが原因であると考えられる。平均受信  $E_s/N_0=6$ dB においては、 $SF$  を変化させてもスループットに大きな差は生じていないが、さらに平均受信  $E_s/N_0$  を大きくして 10dB や 16dB にすると、 $SF$  を大きくするに従ってスループットが増加している。これは  $SF$  を大きくするにつれて大きな周波数ダイバーシチ効果が得られるからである。平均受信  $E_s/N_0$  に合わせ適応的に拡散率を変化させることも考えられるが、平均受信  $E_s/N_0$  が小さい領域での各拡散率間のスループット差はわずかであるから、平均受信  $E_s/N_0$  が大きい領域を尊重して  $SF=256$  とすればよいと考えられる。



(a)  $SF=1$  (OFDM)

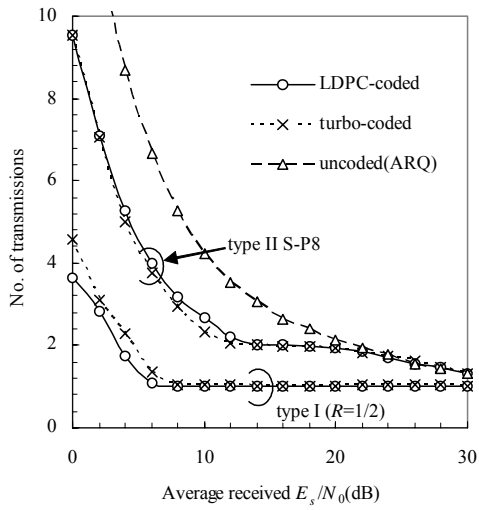


(b)  $SF=16$

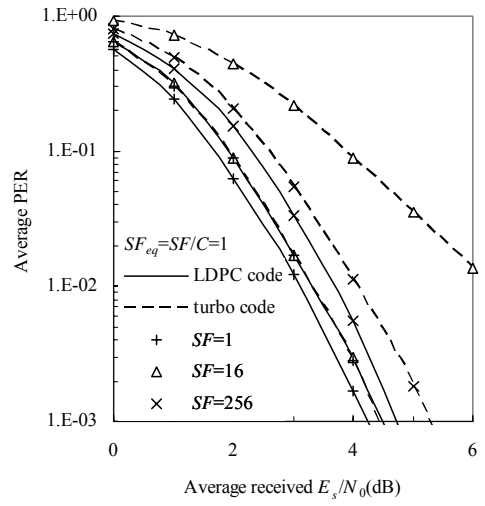


(c)  $SF=256$

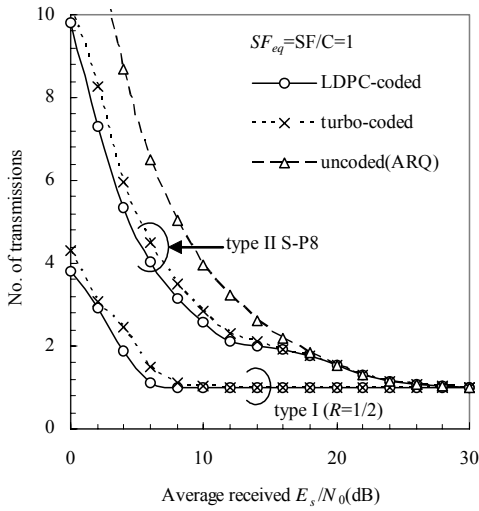
図 4 MC-CDMA HARQ のスループット特性



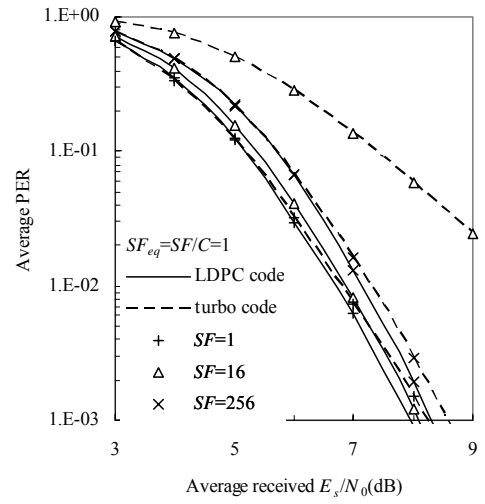
(a)  $SF=1$  (OFDM)



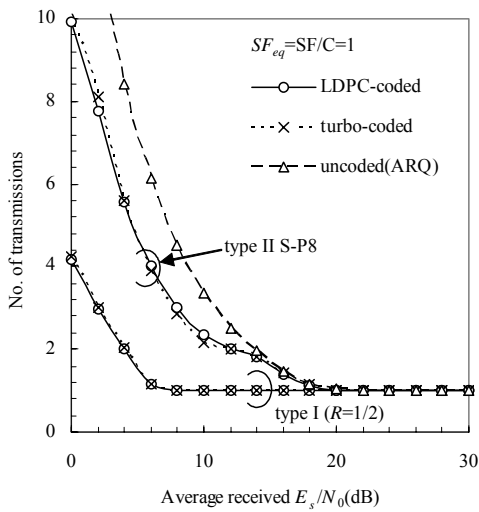
(a)  $R=1/3$



(b)  $SF=16$

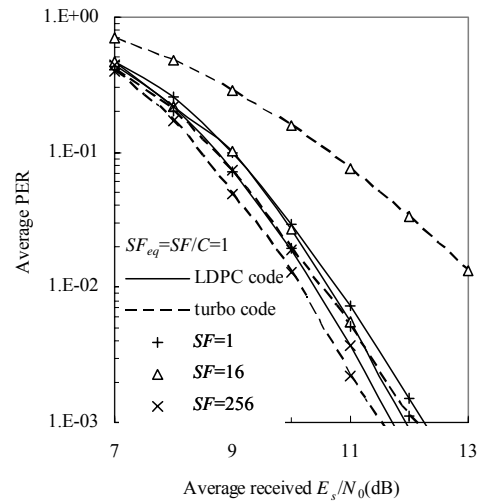


(b)  $R=1/2$



(c)  $SF=256$

図5 平均送信回数



(c)  $R=2/3$

図6 平均PER特性

## 文 献

- [1] F. Adachi, "Wireless past and future-evolving mobile communications systems," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E83-A, pp.55-60, Jan 2001.
- [2] C. Berrou, A. Glavieux and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes," Proc. ICC, pp. 1064-1070, Geneva, May 1993.
- [3] R. G. Gallager, "Low-Density Parity-Check codes," Cambridge, MIT Press, 1963.
- [4] D. MacKay, "Good Error-Correcting Codes Based on Very Sparse Matrices," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.45, no.2, pp.399-431, Mar. 1999.
- [5] T. Richardson, M. Shokrollahi, and R. Urbanke, "Design of Capacity-Approaching Irregular Low-Density Parity-Check Codes," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.47, no.2, pp.619-637, Feb. 2001.
- [6] W. C. Jakes Jr., Ed., *Microwave mobile communications*, Wiley, New York, 1974.
- [7] S. Hara and R. Prasad, "Overview of multicarrier CDMA", IEEE Commun. Mag., no.12, pp.126-144, Dec. 1997.
- [8] S. Hara and R. Prasad, "Design and performance of multicarrier CDMA system in frequency-selective Rayleigh fading channels," IEEE Trans. Vehi. Technol., vol. 48, no. 5, pp.1584-1595, Sept., 1999.
- [9] T. Sao and F. Adachi, "Comparative study of various frequency equalization techniques for downlink of a wireless OFDM-CDMA systems," IEICE Trans. Commun., vol. E86-B, no. 1, pp.352-364, Jan. 2003.
- [10] 和田山正, 低密度パリティ検査符号とその復号法, トリケップス, 東京, 2002.
- [11] S. Lin and D. J. Costello, *Error Control Coding: Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1983.
- [12] D. Garg and F. Adachi, "Throughput comparison of turbo-coded HARQ in OFDM, MC-CDMA and DS-SS-CDMA with frequency-domain equalization," IEICE Trans. Commun., vol. E88-B, no.2, pp.664-677, Feb. 2005
- [13] M. Chiani and A. Ventura, "Design and Performance Evaluation of Some High-Rate Irregular Low-Density Parity-Check Codes," Proc. Globecom, pp.990-994, Nov. 2001.
- [14] J. G. Proakis, *Digital Communications fourth edition*, McGraw-Hill, 2001.
- [15] J. P. Woodard and L. Hanzo, "Comparative study of turbo decoding technique: An over view," IEEE Trans. Veh. Technol., vol.49, no.6, pp.2208-2233, Nov. 2000.

LDPC 符号化 HARQ とターボ符号化 HARQ とを比較すると, 図 7 から平均受信  $E_s/N_0$  が小さい領域で両者のスループットに差が生じている. 平均受信  $E_s/N_0=0\text{dB}$  では, わずかではあるが常に LDPC 符号化 HARQ のスループットが優れている. ターボ符号化 HARQ のスループットが拡散率の影響をほとんど受けないのは, 再送により情報ビット系列が 2 回受信される(スループット=0.44bps/Hz)と時間ダイバーシチ効果が得られるので, 拡散率に無関係に誤りのなく受信される確率が高くなるからである. 平均受信  $E_s/N_0=6\text{dB}$  や  $10\text{dB}$  では, ターボ符号化 HARQ のスループットの方が大きくなる拡散率もある. これは, 4.2 節で述べたようにパンクチャして高符号化率で用いた場合, LDPC 符号の誤り訂正能力がターボ符号より劣るからである. 平均受信  $E_s/N_0=16\text{dB}$  では両者のスループットが一致している. これは, 平均送信回数が 2 回以下であり, 誤り訂正能力の差の影響を受けなくなったからであると考えられる.

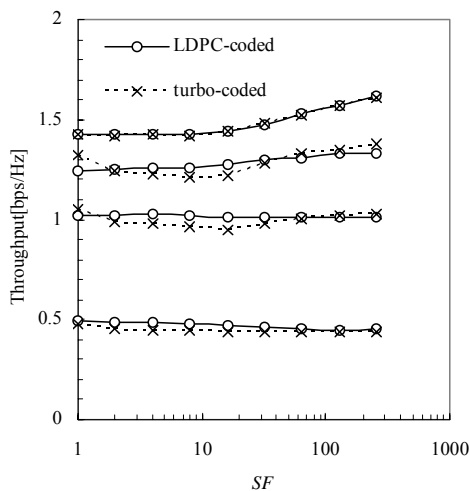


図 7 拡散率  $SF$  の影響

## 5. むすび

MC-CDMA における LDPC 符号化 HARQ のスループット特性について計算機シミュレーションを用いて検討を行った. 結果をまとめると次のようになる.

送信回数に制限がない場合, パリティビット系列を複数個に分割して送信する type II は type I に比べ良好なスループット特性を示す. また, 等価拡散率  $SF_{eq}=1$  のとき, type II では平均受信  $E_s/N_0$  が小さい場合, 拡散率  $SF$  を大きくするに従って平均誤り率特性が劣化し, スループット特性も劣化するが, 各拡散率間のスループット差はわずかである. 平均受信  $E_s/N_0$  が大きい範囲では  $SF$  を大きくするに従って大きな周波数ダイバーシチ効果が得られるから, スループット特性が向上する. 以上のことから, MC-CDMA における LDPC 符号化 HARQ では, 最大の拡散率( $SF=N_c$ )を用いる type II が最も良好なスループット特性を示すと言える. このとき, ターボ符号化 HARQ とほぼ同等のスループット特性が得られる. LDPC 符号の復号演算量はターボ符号より少なく済むという利点があり, LDPC 符号化 HARQ は次世代の高速パケット通信技術として有望であると言えよう.