

パイロットチャネル推定を用いる OFDM の誤り率解析

具 利哲[†] 高岡 辰輔[†] 安達 文幸[‡]

東北大学大学院工学研究科 電気 通信工学専攻
〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-05

E-mail: [†]{ku,takaoka}@mobile.ecei.tohoku.ac.jp, [‡]adachi@ecei.tohoku.ac.jp

あらまし OFDM 同期検波では、サブキャリアごとの高精度なチャネル推定が必要である。遅延時間領域窓関数を用いるチャネル推定では、まず逆変調により各サブキャリアのチャネル利得を求めた上で IFFT によりインパルス応答に変換する。そして、インパルス応答が有限時間内にしか存在しないという仮定のもと、遅延時間領域にて窓関数を乗算することにより雑音低減を行う。そして、FFT により各サブキャリアのチャネル利得を求めることで、チャネル推定精度を高めている。筆者の知る限り、遅延時間領域窓関数を用いるチャネル推定を用いるときのビット誤り率(BER)特性についての検討は計算機シミュレーションによるもののみであり、理論的検討はこれまで行われていなかった。本論文は、遅延時間領域窓関数を用いるパイロット補助チャネル推定を用いるときの理論 BER 特性を明らかにすることを目的としている。遅延時間領域窓関数を用いるパイロット補助チャネル推定に多項式補間と判定帰還を組み合わせたときの 2 重選択性フェージング環境下における OFDM の理論 BER 特性を求め、遅延時間領域窓関数の窓巾、チャネルの電力遅延プロファイルの減衰指数、最大ドップラ周波数が BER 特性に及ぼす影響について論じている。また、理論解析の妥当性を計算機シミュレーションにより確認している。

キーワード OFDM, チャネル推定, インパルス応答, 多項式補間, 判定帰還

Bit Error Rate Analysis of OFDM with delay time domain channel estimation

Richol KU[†] Shinsuke TAKAOKA[†] and Fumiyuki ADACHI[‡]

Electrical and Communication Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University

6-6-05 Aza-Aoba, Aramaki, Aoba-ku, Sendai, 980-8579 Japan

E-mail: [†]{ku,takaoka}@mobile.ecei.tohoku.ac.jp, [‡]adachi@ecei.tohoku.ac.jp

Abstract Accurate channel estimation is necessary for coherent detection of the OFDM signals. The channel estimation using delay time windowing is one of promising methods. In the channel estimation using the delay time domain windowing, the pilot modulation is removed from each subcarrier to estimate the channel gain and then using the IFFT, the channel impulse response is estimated. Assuming the finite channel impulse response, the noise in the channel estimation can be reduced by truncating the estimated channel impulse response. To the best of authors' knowledge, the bit error rate(BER) performance achievable with the channel estimation using delay time domain windowing was evaluated by computer simulation only. There has been no theoretical analysis of the BER performance. The objective of this paper is to develop the theoretical foundation to the pilot consisted channel estimation using the delay time domain windowing. The theoretical BER performance is derived when the pilot assisted channel estimation using delay time domain windowing is jointly used with interpolation and decision feedback. This paper discusses the impacts of the width of delay time windowing, multipath channel decay factor, the maximum Doppler frequency. Finally the adequacy of theoretical analysis is demonstrated by computer simulation.

KEY WORD OFDM, Channel estimation, Impulse response, Polynomial interpolation, Decision feedback

1. まえがき

次世代移動通信ではより高速、高品質な伝送が望まれている。移動体通信では送受信間の障害物によって、送信信号が反射、回折されて多数の遅延時間の異なる遅延パスとして受信されるため、チャネルの伝達関数が周波数の複雑な関数になる周波数選択性フェージングが発生する[1]。このような周波数選択性フェージングにより厳しい符号間干渉が発生する。また、移動局の移動に伴ってチャネル伝達関数が時間変動する。このような周波数領域と時間領域の 2 重選択性フェージングが発生するため高速、高品質伝送を実現するのは難しい。符号間干渉を抑圧しつつ、周波数利用効率が優れた伝送方式として、多数のサブキャリアを用いて並列に伝送する 直交周波数分割多重(OFDM)[2]

が次世代の有力な伝送方式の一つとして注目されている。OFDM シンボルの同期検波には各サブキャリアにおけるチャネル利得の高精度な推定が必要である。

良く知られているチャネル推定として、既知のパイロットシンボルを周期的に送信し、受信側で逆変調を行うことにより各サブキャリアにおけるチャネル利得を推定するパイロット補助チャネル推定がある。しかし、逆変調だけを用いて得た瞬時チャネル推定値は雑音の影響を強く受けている。そこで、実際のチャネルインパルス応答が有限時間内にしか存在しないことという仮定のもとで、瞬時チャネル推定値を逆高速フーリエ変換(IFFT)することによりチャネルインパルス応答を求め、遅延時間領域にて窓関数を乗算することにより雑音を低減した上で、高速フーリエ変換(FFT)により各サブキャリア

のチャンネル利得を求める遅延時間領域窓関数を用いたチャンネル推定法が提案されている[3]. フェージングの時間変動への追従性を高めるのに1次及び2次多項式補間[4]や判定帰還[5]が知られている.

本論文では, 遅延時間領域窓関数を用いるチャンネル推定に多項式補間や判定帰還を組み合わせた場合について, ビット誤り率(BER)特性を理論解析により求め, 遅延時間領域窓関数, チャンネル電力遅延プロファイルの減衰指数, 最大ドップラ周波数が BER に及ぼす影響を論じている. また, 理論解析の妥当性をシミュレーションにより示している. 第2章で OFDM 伝送系を述べ, 第3章ではチャンネル推定法について述べる. 第4章で BER の理論解析を行い第5章では理論 BER と計算機シミュレーション結果とを比較している. 第6章はむすびである.

2. OFDM 伝送系

N_c 個のサブキャリアを用いる OFDM 伝送を考える. OFDM 送受信機構成を図1に示す. 2値送信データ系列をデータシンボル系列に変換した後, $M \times N_c$ データシンボル毎に N_c 個のパイロットシンボルを時間多重する. 次に, N_c ポイント IFFT を用いることによって OFDM シンボルを生成する. 最後に, 伝搬路の遅延広がりによるサブキャリア間の直交性の崩れを防ぐために, ガードインターバル(GI)を挿入し送信信号を生成する. 図2に OFDM フレーム構成を示す. 各フレームの先頭に OFDM パイロットシンボルを挿入し, その後 $M-1$ 個の OFDM データシンボルが送信される.

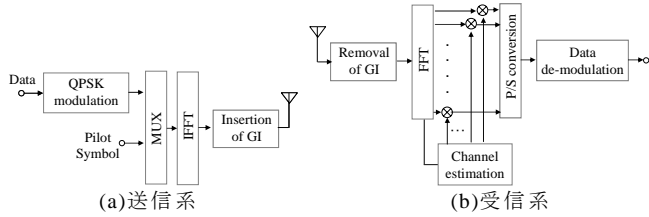


図1 送受信系

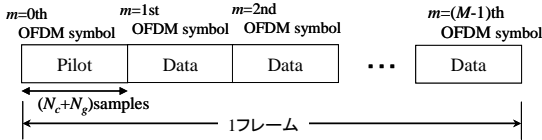


図2 フレーム構成

2.1 受信信号の同期検波

n 番目のフレーム内の m 番目の OFDM シンボル区間における受信信号 $r_m^n(t)$ は, 次式のように表すことができる.

$$r_m^n(t) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{m,l}^n s_m^n(t - \tau_l) + n_m^n(t) \quad (1)$$

ここで, $s_m^n(t)$ は n 番目のフレームの m 番目の OFDM シンボルである. また, $h_{m,l}^n$ および τ_l は, それぞれ l 番目のパスの複素チャンネル利得および遅延時間を表す. $\{\tau_l; l=0 \sim L-1\}$ の最大値は N_g より小さいものと仮定する. $\{h_{m,l}^n; m=0 \sim M-1, l=0 \sim L-1\}$ は各々独立な零平均複素ガウス過程である. 本論文では減衰指数 α の電力遅延プロファイルを考える. このとき

$$E\left[|h_{m,l}^n|^2\right] = \frac{1-\alpha}{1-\alpha^{-L}} \alpha^{-l} \quad (2)$$

であり, 等電力モデルのとき, $\sum_{l=0}^{L-1} E\left[|h_{m,l}^n|^2\right] = 1$ である. $E[\cdot]$ は集合平均を表す. $n_m^n(t)$ は片側電力スペクトル密度 N_0 の相加

性白色ガウス雑音(AWGN)である.

受信機では, まず GI を除去した後, 受信信号 $r_m^n(t)$ を FFT することにより N_c 個のサブキャリア成分に分解する. k 番目のサブキャリア成分は次式のように表せる.

$$R_{m,k}^n = \frac{1}{N_c} \sum_{t=0}^{N_c-1} r_m^n(t) \exp\left(-j2\pi k \frac{t}{N_c}\right) \\ = \sqrt{2S} d_{m,k}^n H_{m,k}^n + N_{m,k}^n \quad (3)$$

ここで, $H_{m,k}^n$ は m 番目の OFDM シンボル区間の k 番目のサブキャリアにおけるチャンネル利得であり, $N_{m,k}^n$ は平均 0 で分散 $2N_0/(T_c N_c)$ の複素ガウス変数である. ここで, T_c は FFT サンプルング周期である. $H_{m,k}^n$ および $N_{m,k}^n$ は次式で表せる.

$$\begin{cases} H_{m,k}^n = \sum_{l=0}^{L-1} h_{m,l}^n \exp\left(-\frac{2\pi k \tau_l}{N_c}\right) \\ N_{m,k}^n = \sum_{t=0}^{N_c-1} n_m^n(t) \exp\left(-\frac{2\pi k t}{N_c}\right) \end{cases} \quad (4)$$

k 番目のサブキャリアのチャンネル推定値を $\tilde{H}_{m,k}^n$ で表すものとする, 同期検波出力は次式で表せる.

$$\tilde{d}_{m,k}^n = R_{m,k}^n \tilde{H}_{m,k}^{n*} \quad (5)$$

$\tilde{d}_{m,k}^n$ を用いてデータ復調し, 受信データ系列を得る.

3. チャンネル推定

式(5)で表わされる同期検波を行うためにはチャンネル推定値 $\tilde{H}_{m,k}^n$ が必要である.

3.1 遅延時間領域窓関数を用いるチャンネル推定

図3に遅延時間領域窓関数を用いるチャンネル推定のブロック図を示す. フレームの先頭($m=0$)はパイロット OFDM シンボルである. パイロットシンボル $d_{0,k} = P$, $k=0 \sim N_c-1$, を用いて逆変調を行い, 各サブキャリアにおけるチャンネル利得を得る. パイロット区間の雑音系列を $n_0(t)$, $t=0 \sim N_c-1$, で表す.

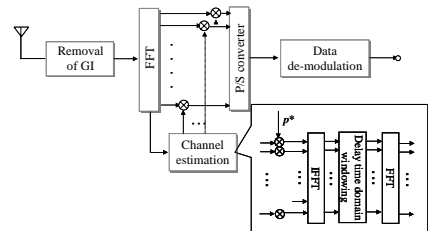


図3 遅延時間領域窓関数を用いるチャンネル推定のブロック図

一般性を失うことなくパイロットを $P=1+j0$ とする. k 番目のサブキャリア成分の雑音を $N_{0,k}$ で表すものとする, チャンネル推定値は次式で与えられる.

$$\hat{H}_{0,k}^n = \frac{R_{0,k}^n}{P} = \sqrt{2S} H_{0,k}^n + N_{0,k}^n \quad (6)$$

次に, $\{\hat{H}_{0,k}^n; k=0 \sim N_c-1\}$ に IFFT を適用して, チャンネルインパルス応答 $\hat{h}_0^n(\tau)$ を求めると次式ようになる.

$$\hat{h}_0^n(\tau) = \sum_{k=0}^{N_c-1} \left(\sqrt{2S} H_{0,k}^n + N_{0,k}^n \right) \exp(j2\pi k \frac{\tau}{N_c}) \\ = \sqrt{2S} N_c \sum_{l=0}^{L-1} h_{0,l}^n \delta(\tau - \tau_l) + n_0^n(\tau) \quad (7)$$

チャンネルインパルス応答 $h_m^n(\tau)$ が $\tau \geq N_g$ で 0 であるものと仮定

しているから、瞬時インパルス応答 $\hat{h}_0^n(\tau)$ に次式のように遅延時間領域窓関数を乗算することにより雑音を低減する。

$$\tilde{h}_0^n(\tau) = \hat{h}_0^n(\tau)w(\tau) \quad (8)$$

本論文では次式のような矩形窓関数を用い

$$w(\tau) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \tau < N_g \\ 0, & \tau \geq N_g \end{cases} \quad (9)$$

次に $\{\tilde{h}_0^n(\tau); \tau=0 \sim N_c-1\}$ に N_c ポイント FFT を適用することにより雑音を低減したチャンネル利得 $\tilde{H}_{m,k}$ を得る。 $\tilde{H}_{0,k}$ は次式で与えられる。

$$\tilde{H}_{0,k} = \frac{1}{N_c} \sum_{\tau=0}^{N_c-1} \tilde{h}_0^n(\tau) \exp\left(-j \frac{2\pi k \tau}{N_c}\right) = \sqrt{2S} H_{0,k}^n + \tilde{N}_{0,k}^n \quad (10)$$

ここで $\tilde{N}_{0,k}^n$ は雑音成分であり次式で与えられる。

$$\tilde{N}_{0,k}^n = \frac{1}{N_c} \sum_{\tau=0}^{N_c-1} n_0^n(\tau) \exp\left(-j \frac{2\pi k \tau}{N_c}\right) \quad (11)$$

このように求めたチャンネル推定値をフレーム内の全ての OFDM シンボルの同期検波に用いる。すなわち、

$$\tilde{H}_{m,k} = \tilde{H}_{0,k}^n, \quad m=1 \sim M-1 \quad (12)$$

である。

3.2 多項式補間

パイロットは M 個の OFDM シンボルごとに送信されるから、パイロットのみを用いたとき、チャンネルの時間変動の追従能力に限界がある。そこで、本節では遅延時間領域窓関数を用いるチャンネル推定法に補間法を組み合わせる。図 4 に、 n 番目のフレームにおける同期検波のための 1 次補間、2 次補間を用いるチャンネル推定の様子を示す。ここで、 $\tilde{H}_{0,k}^n$ は n 番目のフレームの先頭に時間多重されているパイロットシンボルを用いて推定したサブキャリア k 番目のチャンネル利得である。

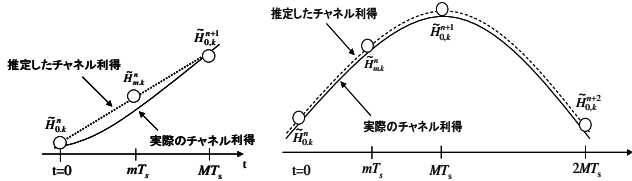


図 4 1 次および 2 次補間の様子

(1 次補間)

n 番目の OFDM フレームにおける m 番目の OFDM シンボル時点でのチャンネル推定値は、 $\tilde{H}_{0,k}^n$ と $\tilde{H}_{0,k}^{n+1}$ を用いて次式のように表せる[6]。

$$\tilde{H}_{m,k}^n = \frac{M-m}{M} \cdot \tilde{H}_{0,k}^n + \frac{m}{M} \cdot \tilde{H}_{0,k}^{n+1} = \sqrt{2S} \bar{H}_{m,k}^n + \bar{N}_{m,k}^n \quad (13)$$

ここで、

$$\begin{cases} \bar{H}_{m,k}^n = \sqrt{2S} \left(\frac{M-m}{M} \cdot H_{0,k}^n + \frac{m}{M} \cdot H_{0,k}^{n+1} \right) \\ \bar{N}_{m,k}^n = \left(\frac{M-m}{M} \cdot N_{0,k}^n + \frac{m}{M} \cdot N_{0,k}^{n+1} \right) \end{cases} \quad (14)$$

(2 次補間)

$\tilde{H}_{0,k}^n$ 、 $\tilde{H}_{0,k}^{n+1}$ と $\tilde{H}_{0,k}^{n+2}$ を用いる。 n 番目のフレームにおける m 番目

の OFDM シンボル時点でのチャンネル推定値は次式のように表せる[6]。

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{m,k}^n &= \frac{(m-M)(m-2M)}{2M^2} \cdot \tilde{H}_{0,k}^n + \frac{m(2M-m)}{M^2} \cdot \tilde{H}_{0,k}^{n+1} + \frac{m(m-M)}{2M^2} \cdot \tilde{H}_{0,k}^{n+2} \\ &= \sqrt{2S} \bar{H}_{m,k}^n + \bar{N}_{m,k}^n \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、

$$\begin{cases} \bar{H}_{m,k}^n = \sqrt{2S} \left[\frac{(m-M)(m-2M)}{2M^2} \cdot H_{0,k}^n + \frac{m(2M-m)}{M^2} \cdot H_{0,k}^{n+1} + \frac{m(m-M)}{2M^2} \cdot H_{0,k}^{n+2} \right] \\ \bar{N}_{m,k}^n = \left[\frac{(m-M)(m-2M)}{2M^2} \cdot N_{0,k}^n + \frac{m(2M-m)}{M^2} \cdot N_{0,k}^{n+1} + \frac{m(m-M)}{2M^2} \cdot N_{0,k}^{n+2} \right] \end{cases} \quad (16)$$

3.3 判定帰還を用いるチャンネル推定

多項式補間はパイロット挿入周期が長いと補間値と実際のチャンネルとの誤差が大きくなり、大幅な BER 特性劣化を引き起こす。そこで、本論文ではパイロットシンボルを用いるチャンネル推定に判定帰還を組み合わせる。判定帰還チャンネル推定は、 $m-1$ 番目の OFDM シンボルの判定結果を帰還し、これを m 番目の OFDM シンボル時点の瞬時チャンネル利得推定のために用いる。雑音低減効果をより高めるため、忘却係数 β の 1 次フィルタを用いる。図 5 に判定帰還チャンネル推定のブロック図を示す。

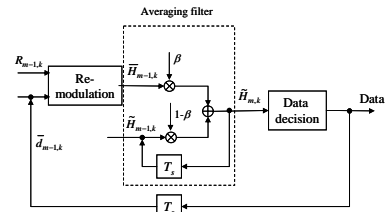


図 5 判定帰還チャンネル推定のブロック図

第 $(m-1)$ 番目の OFDM シンボル判定結果を帰還して求めたチャンネル推定値を $\bar{H}_{m-1,k}$ とすると、 m 番目の OFDM シンボル時点のチャンネル推定値は次式のように表わせる。

$$\tilde{H}_{m,k}^n = \begin{cases} (1-\beta)\tilde{H}_{m-1,k}^n + \beta\tilde{H}_{0,k}^n & m \geq 1 \\ \tilde{H}_{0,k}^n & m = 0 \end{cases} \quad (17)$$

ここで、 $\bar{H}_{0,k}$ はパイロットシンボルを用いて得た雑音除去後のチャンネル推定値である。式(18)は次式のように変形できる。

$$\tilde{H}_{m,k}^n = \sqrt{2S} \bar{H}_{m,k}^n + \bar{N}_{m,k}^n$$

ここで、

$$\begin{cases} \bar{H}_{m,k}^n = (1-\beta)^m H_{0,k}^n + \beta \cdot \sum_{i=1}^m H_{m-i,k}^n (1-\beta)^{i-1} \\ \bar{N}_{m,k}^n = (1-\beta)^m \tilde{N}_{0,k}^n + \beta \cdot \sum_{i=1}^m N_{m-i,k}^n (1-\beta)^{i-1} \end{cases} \quad (18)$$

4. 誤り率解析

変調方式として QPSK データ変調を仮定し、遅延時間領域窓関数を用いるチャンネル推定と理想チャンネル推定時の BER を導出する。 n 番目のフレームにおける m 番目の OFDM シンボルの k 番目のサブキャリアにおける同期検波出力は次式のようになる。

$$\tilde{d}_{m,k}^n = R_{m,k}^n \tilde{H}_{0,k}^{n*} = \left(\sqrt{2S} H_{m,k}^n d_{m,k}^n + N_{m,k}^n \right) \left(\sqrt{2S} \bar{H}_{m,k}^n + \bar{N}_{m,k}^n \right)^* \quad (19)$$

ここで、 $X = \sqrt{2S} H_{m,k}^n d_{m,k}^n + N_{m,k}^n$ 、 $Y = \sqrt{2S} \bar{H}_{m,k}^n + \bar{N}_{m,k}^n$ である。

レイリーフェージング環境下では H_k は平均 0 の複素ガウス変数であるから、 d_k が与えられると、 X と Y はそれぞれ平均 0 の複素ガウス変数になる。一般性を失うことなく $d_{m,k}^n = 1 + j0$ とすると BER は次式で与えられる[7].

$$P_{4b} = \text{prob}[\text{Re}[XY^*] < 0] = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\mu}{\sqrt{2 - \mu^2}} \right] \quad (20)$$

ここで、 μ は次式で定義される正規化共分散であり、 m_{XX}, m_{YY} と m_{XY} は次式で与えられる。

$$\mu = \frac{m_{XY}}{\sqrt{m_{XX}m_{YY}}} \quad (21)$$

ここで、

$$\begin{cases} m_{XX} = E[X^2] = 2S + E[N_{m,k}^n]^2 \\ m_{YY} = E[Y^2] = 2S \cdot E[\bar{H}_{m,k}^n] + E[\bar{N}_{m,k}^n]^2 \\ m_{XY} = E[X \cdot Y^*] = 2S \cdot E[H_{m,k}^n \cdot \bar{H}_{m,k}^{n*}] + E[N_{m,k}^n \cdot \bar{N}_{m,k}^{n*}] \end{cases} \quad (22)$$

ただし、

$$\begin{cases} N_{m,k}^n = \frac{1}{N_c} \sum_{n=0}^{N_c-1} n_m^n(t) \exp(-j2\pi k \frac{t}{N_c}) \\ \bar{N}_{m,k}^n = \frac{1}{N_c} \sum_{\tau=0}^{N_c-1} n_0^n(t) \exp(-j2\pi k \frac{t}{N_c}) \end{cases} \quad (23)$$

ここで、 $n_m^n(t)$ はデータ OFDM シンボル区間における雑音であり、 $n_0^n(t)$ はパイロット OFDM シンボル区間における雑音であるので、互いに無相関である。つまり、 $E[n_m^n(t) \cdot n_0^n(t')^*] = 0$ であるので $E[N_{m,k}^n]^2$ および $E[N_{m,k}^n \cdot \bar{N}_{m,k}^{n*}]$ は、それぞれ次式で与えられる。

$$\begin{cases} E[N_{m,k}^n]^2 = \frac{1}{N_c^2} \sum_{i=0}^{N_c-1} \sum_{i'=0}^{N_c-1} E[n_m^n(t) n_m^n(t')^*] \exp(-j2\pi k \frac{t-t'}{N_c}) \\ = \frac{1}{N_c} \sum_{i=0}^{N_c-1} E[n_m^n(t)^2] = 2 \frac{N_0}{T_c} \cdot \frac{1}{N_c} \\ E[N_{m,k}^n \cdot \bar{N}_{m,k}^{n*}] = \frac{1}{N_c^2} \sum_{i=0}^{N_c-1} \sum_{i'=0}^{N_c-1} E[n_m^n(t) n_0^n(t')^*] \exp(j \frac{2\pi(t'-t)k}{N_c}) = 0 \end{cases} \quad (24)$$

となる。上式を式(22)に代入すると、次式を得る。

$$\begin{cases} m_{XX} = E[X^2] = 2S + 2 \frac{N_0}{T_c} \cdot \frac{1}{N_c} \\ m_{YY} = E[Y^2] = 2S \cdot E[\bar{H}_{m,k}^n] + E[\bar{N}_{m,k}^n]^2 = 2S(A+B) \\ m_{XY} = E[X \cdot Y^*] = 2S \cdot E[H_{m,k}^n \cdot \bar{H}_{m,k}^{n*}] = 2S \cdot C \end{cases} \quad (25)$$

ここで、 $A = E[\bar{H}_{m,k}^n]$ はチャネル推定値の平均、

$B = \frac{1}{2S} E[\bar{N}_{m,k}^n]^2$ は、雑音の分散、 $C = E[H_{m,k}^n \cdot \bar{H}_{m,k}^{n*}]$ は共分散である。

式(25)を用いて、 μ を求めると次式のようにになる。

$$\mu = \frac{C}{\sqrt{\left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1} \right\} \{A+B\}}} \quad (26)$$

従って、ビット誤り率は次式のようにになる。

$$P_{4b,m} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{C}{\sqrt{\left\{ 2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1} \right\} \{A+B\} - C^2 \right\}}} \right] \quad (27)$$

ここで E_b は 1 ビットあたりの信号エネルギーである。

BER はシンボル位置に依存する。1 フレーム区間にわたって平均した BER は次式で表わせる。

$$P_{4b} = \frac{1}{(M-1)} \sum_{m=1}^{M-1} P_{4b,m} \quad (28)$$

A, B および C はチャネル推定法により異なる。以下でこれらを求める。

(1) 遅延時間領域窓関数

遅延時間領域窓関数を用いるチャネル推定では $\tilde{H}_{m,k}^n = \tilde{H}_{0,k}^n$ であるので、A, B および C は次式のようにになる[2].

$$\begin{cases} A = E[\bar{H}_{0,k}^n] = \frac{1 - \alpha^{-(l_{\max}+1)}}{1 - \alpha^{-L}} \\ B = \frac{1}{2S} E[\bar{N}_{0,k}^n]^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1} \left(\frac{N_g}{N_c} \right) \\ C = E[H_{m,k}^n \cdot \bar{H}_{0,k}^{n*}] = J_0(2\pi f_D T_s \cdot m) \frac{1 - \alpha^{-(l_{\max}+1)}}{1 - \alpha^{-L}} \end{cases} \quad (29)$$

ここで l_{\max} は $W > \tau_l$ を満たす最大遅延時間を有するパス番号である。 $J_0(x)$ は第 1 種 0 次のベッセル関数、 T_s は OFDM シンボル長であり、IFFT サンプリグ周期を T_c とすると $T_s = (N_c + N_g) T_c$ となる。式(28)の A, B および C を式(27)に代入すれば、 m 番目のデータ OFDM シンボルにおけるビット誤り率 $P_{4b,m}$ が得られる。

もし、時間選択性が弱いチャネルの場合 ($f_D T_s \ll 1$)、 $E_b/N_0 \rightarrow \infty$ のときビット誤り率は次式のように近似できる。

$$P_{4b} \approx \frac{1}{2} \left[1 - \frac{2A - 1 - (\pi m f_D T_s)^2}{(2A - 1)^2} \right] \quad (30)$$

ここで、 $A = \left\{ \frac{1 - \alpha^{-(l_{\max}+1)}}{1 - \alpha^{-L}} \right\}^{-1}$ である。式(30)において、 $A=1$ (窓関数乗算後に信号電力が完全に保存される場合) のとき近似式は次式のようにになる。

$$P_{4b} \approx \frac{1}{2} (\pi m f_D T_s)^2 \quad (31)$$

また、 $E_b/N_0 \gg 1$ のときのビット誤り率は次式のように近似できる。

$$P_{4b} \approx \frac{1}{2} \left[1 - \frac{J_0(2\pi m f_D T_s) \left\{ 2A - 1 - \frac{1}{2} A \left(1 + \frac{N_g}{N_c} \right) \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1} \right\}}{\left(2A - J_0^2(2\pi m f_D T_s) \right)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (32)$$

上式で時間選択性が存在せず (つまり $J_0(2\pi m f_D T_s) = 1$)、 $A=1$ のとき次式のように近似できる。

$$P_{4b} \approx \frac{1}{4} \left(1 + \frac{N_g}{N_c} \right) \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1} \quad (33)$$

(2) 多項式補間

1次補間のときの A,B および C は次式となる.

$$\begin{cases} A = \left(\frac{1-\alpha^{-(l_{\max}+1)}}{1-\alpha^{-L}} \right) \left[\left(\frac{M-m}{M} \right)^2 + 2 \left(\frac{m}{M} \right) \left(\frac{M-m}{M} \right) J_0(2\pi m f_D T_s) + \left(\frac{m}{M} \right)^2 \right] \\ B = \frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1} \left(\frac{N_g}{N_c} \right) \left[\left(\frac{m}{M} \right)^2 + \left(\frac{M-m}{M} \right)^2 \right] \\ C = \left(\frac{1-\alpha^{-(l_{\max}+1)}}{1-\alpha^{-L}} \right) \left[\left(\frac{M-m}{M} \right) J_0(2\pi m f_D T_s) + \left(\frac{m}{M} \right) J_0(2\pi(M-m) f_D T_s) \right] \end{cases} \quad (34)$$

一方, 2次補間では次式のようになる.

$$\begin{cases} A = \left(\frac{1-\alpha^{-(l_{\max}+1)}}{1-\alpha^{-L}} \right) \left[\frac{2m(2M-m)(m-M)^2}{M^4} \left(2J_0(2\pi m f_D T_s) - \frac{1}{2} J_0(2\pi m f_D T_s) \right) + \left\{ \frac{(m-M)(m-2M)}{2M^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{m(2M-m)}{M^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{m(m-M)}{2M^2} \right\}^2 \right] \\ B = \frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1} \left(\frac{N_g}{N_c} \right) \left[\left\{ \frac{(m-M)(m-2M)}{2M^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{m(2M-m)}{M^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{m(m-M)}{2M^2} \right\}^2 \right] \\ C = \left(\frac{1-\alpha^{-(l_{\max}+1)}}{1-\alpha^{-L}} \right) \left[\frac{(m-M)(m-2M)}{2M^2} \cdot J_0(2\pi m f_D T_s) + \frac{m(2M-m)}{M^2} \cdot J_0(2\pi(M-m) f_D T_s) + \frac{m(m-M)}{2M^2} \cdot J_0(2\pi(2M-m) f_D T_s) \right] \end{cases} \quad (35)$$

(3) 判定帰還を用いるチャネル推定

判定帰還を用いるチャネル推定における A,B および C は次式のようになる.

$$\begin{cases} A = \left(\frac{1-\alpha^{-(l_{\max}+1)}}{1-\alpha^{-L}} \right) \left\{ (1-\beta)^{2m} + 2\beta(1-\beta)^m \sum_{i=1}^m (1-\beta)^{i-1} J_0(2\pi f_D T_s(m-i)) + E \left[\sum_{i=1}^m H_{m-i,k} (1-\beta)^{i-1} \right]^2 \right\} \\ B = \frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1} \left[\left(\frac{N_g}{N_c} \right) (1-\beta)^{2m} + \beta^2 \sum_{i=1}^m (1-\beta)^{2(i-1)} \right] \\ C = \left(\frac{1-\alpha^{-(l_{\max}+1)}}{1-\alpha^{-L}} \right) \left\{ (1-\beta)^m J_0(2\pi f_D T_s \cdot m) + \beta \sum_{i=1}^m (1-\beta)^{i-1} J_0(2\pi f_D T_s i) \right\} \end{cases} \quad (36)$$

ここで,

$$\begin{aligned} E \left[\sum_{i=1}^m H_{m-i,k} (1-\beta)^{i-1} \right]^2 &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (1-\beta)^{i+j-2} J_0(2\pi(i-j) f_D T_s) \\ &= \frac{1-(1-\beta)^{2m}}{1-(1-\beta)^2} + 2 \frac{1-(1-\beta)^{2(m-x)}}{1-(1-\beta)^2} \sum_{x=1}^{m-1} (1-\beta)^x J_0(2\pi f_D T_s x) \end{aligned} \quad (37)$$

式(36)の A,B,C を式(27)に代入することにより誤り率を求められる.

(4) 理想チャネル推定時の誤り率特性

理想チャネル推定ではパイロットに含まれる雑音成分を完全に除去でき, かつフェージングの時間変動に完全に追

従できた場合である. つまりチャネル推定値の雑音成分 $B=0$ であり, $J_0(2\pi f_D T_s \cdot m)=1$ である. 従って, 理想チャネル推定時に, $A=1, B=0$ および $C=1$ となるから, ビット誤り率は次式のようになる.

$$P_{ab} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1} \right\} - 1}} \right) \quad (38)$$

5. BER の数値計算とシミュレーション

5.1 数値計算条件

数値計算条件を表1に示す. データ変調には理論検討で仮定した QPSK を用いた. 1フレームは 64OFDM シンボルで構成され, パイロットはフレームの先頭に挿入される. 伝搬路は指数減衰型の L パスレリーフェージングチャネルであり, 各パスは 16 個の素波がそれぞれ同じ角度差を有し, 同時に到来するモデルを仮定した.

表1 数値計算条件

データ変調	QPSK
サブキャリア数	$N_c=256$
ガードインターバル長	$N_g=32$
チャネルモデル	L パスレリーフェージング 指数電力遅延プロファイル
正規化ドップラ波数	$f_D T_s=0.0001 \sim 0.1$
パイロット挿入間隔	$M=64$ OFDM シンボル
窓関数巾	$W=0 \sim N_c-1$

5.2 窓関数巾の影響

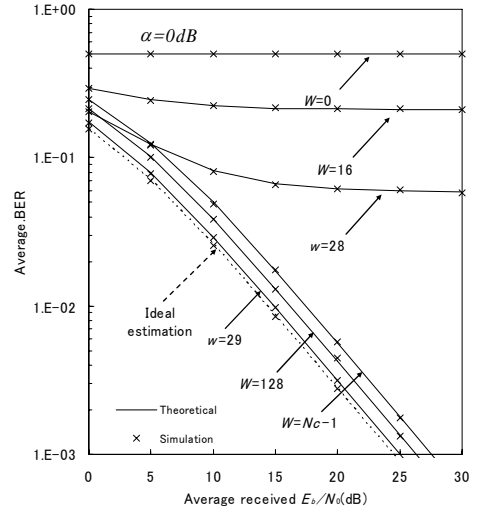


図6 窓巾をパラメータとしたときの BER 特性

図6は, $L=8$ パスレリーフェージング環境下における窓巾に対する BER 特性である. 各パスの遅延時間差は 4 サンプルとした. つまり, $\tau_l=4l$ とした. $W=N_c-1$ としたときは, 窓関数による雑音低減を行わない場合である. 理論 BER を実線で, 計算機シミュレーションにより求めた BER を×印でプロットした. W を小さくしていくほど, 雑音電力が減少するため BER が改善していくのが分かる. $W=29$ のとき, 最も BER 特性が良くなる. この窓巾は, 信号電力を完全に保存しつつ雑音電力を最小化できるからである. このとき, 理想チャネル推定からの E_b/N_0 劣化量は約 0.5dB である. このうちパイロット挿入損失分 ($10 \log_{10}(M-1/M)$) は約 0.07dB である.

窓巾を $W=29$ より小さくしていくと、大幅に特性劣化が起こる。これは、チャンネル推定値に歪が発生するためである。窓関数乗算により、少しでもインパルス応答の打ち切り歪が起こると BER 特性は著しく劣化する。

5.3 減衰指数の影響

図 7 は、 $L=8$ パスレイリーフェージング環境下における減衰指数 α をパラメータとしてプロットした窓関数巾 W 対 BER の特性である。平均受信 $E_b/N_0=20\text{dB}$ である。理論 BER と計算機シミュレーション結果は良く一致している。図 7 より、 $W=29 \sim N_c-1$ までは W を狭くするにつれわずかであるが BER が低下してゆく。減衰指数の値によらず、BER は同じである。これは窓関数乗算後のチャンネルインパルス応答に打ち切り歪が発生していないからである。周波数選択性が最も強い $\alpha=0\text{dB}$ では、 $W=28$ 以下にすると大幅に BER が増加する。しかし、それより選択性が弱い $\alpha=10(\text{dB})$ では $W=16$ までは BER 劣化は起こらない。これは、 W を狭くしてチャンネルインパルス応答に打ち切り歪が発生しても、周波数選択性が弱い (α が大きい) 環境では遅延時間が大きなパスほど電力が小さいので、チャンネル推定歪の増加より雑音電力低減効果が大きいからである。しかし、 W を狭くしても雑音低減効果はわずかであり、それよりもインパルス応答打ち切りによる歪の影響が大きいので、 W は最大遅延時間 $\tau_L + 1$ に設定すればよいことが分かる。

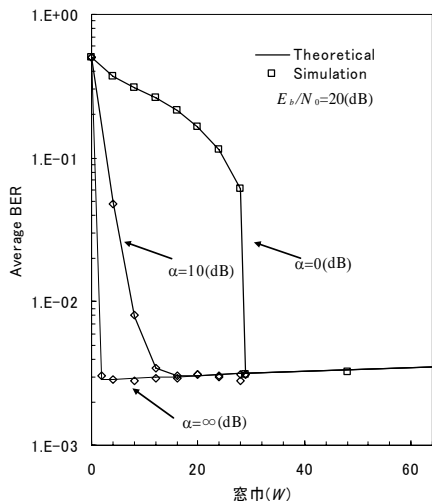


図 7 窓巾の影響

5.4 パイロットチャンネル推定に多項式補間, 判定帰還組み合わせたときの BER 特性

図 8 に多項式補間および判定帰還を用いるときの正規化ドップラ周波数 $f_D T_s$ 対誤り率特性を示した。比較として 0 次補間の特性も併せて示した。1 次および 2 次補間を用いることにより、0 次線形補間を用いるときに比べ時間選択性に対する追従性が高まっていることが分かる。

0 次補間では正規化ドップラ波数 $f_D T_s=0.001$ 以上で大幅な特性劣化が起こるが、1 次、2 次補間を用いることにより $f_D T_s=0.001$ においても良好な特性を示している。しかし、正規化ドップラ周波数 $f_D T_s$ が 0.004 以上では大幅な特性劣化が生じている。これは 1 フレーム内でチャンネル利得が時間変動するので、1 次および 2 次多項式で補間した推定値と実際のチャンネルとの誤差が大きいからである。判定帰還を用いるチャンネル推定では、仮判定値をフィードバックして得た情報を次のシンボルのチャンネル情報として使用するため、誤り伝播の影響を強く受ける。理想判定帰還を仮定した理論 BER と実際の判定結果を帰還してチャンネル推定を行うときの BER (計算機シミュレーション) との違いは誤り伝播によるも

のである。判定帰還を用いるチャンネル推定では、 $f_D T_s$ が小さいとき 1 次、2 次補間より大幅に BER 特性が劣化している。

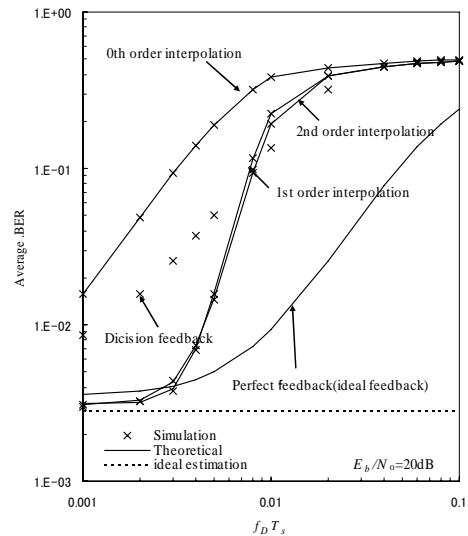


図 8 多項式補間および判定帰還を用いるチャンネル推定法を用いたときの $f_D T_s$ の影響

6. むすび

遅延時間領域窓関数を用いるチャンネル推定に補間および判定帰還を用いたときの理論 BER 特性を求め、理論解析の妥当性を計算機シミュレーションにより示した。得られた結果をまとめると以下のようなになる。

- (1) 遅延時間領域窓関数の窓巾 W は最大遅延時間に設定すればよいが、最大遅延時間が未知の場合にはガードインターバルと同じ長さに設定すればよい。
- (2) 1 次および 2 次多項式補間を用いることにより 0 次補間に比べ大幅に特性が改善する。また、判定帰還を用いるチャンネル推定は誤り伝播の影響により、多項式補間を用いるチャンネル推定よりフェージング追従性が劣っている。

参考文献

- [1] W. C. Jakes, Jr., Ed., *Microwave mobile communications*, Wiley, New York, 1974.
- [2] S.Hara and R.Prasad, *Multicarrier techniques for 4G mobile communications*, Artech House, 2003.
- [3] J.J.van de Beek, O. Edfors, M. Sandell, S.Wilson and P.Borjesson, "On Channel Estimation in OFDM Systems" IEEE Vehicular Technology Conference, Vol. 2, pp 815 - 819, July 1995.
- [4] S. Sampei and T. Sunaga, "Rayleigh fading compensation for QAM in land mobile radio communications," IEEE Trans. Veh. Technol., Vol. 42, pp.137-147, May 1993.
- [5] K.ishihara, K.takeda and F.adachi, "Decision feedback channel estimation for OFDM with STTD," Proc. 7th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communication (WPMC), Abano Terme, Italy, 12-15 Sept. 2004.
- [6] 小澤 一文, 数値計算法, 共立出版, 1996
- [7] J.G Proakis, *Digital communications*, 3rd ed., McGraw-Hill, 1995.
- [8] F. Adachi, "Wireless past and future -evolving mobile communications systems-," IEICE Trans. Fundamentals., Vol. E84-A, pp55-60, Jan. 2001.
- [9] Technology Conference, Vol. 2, pp.815 - 819, July 1995
- [10] Y.Choi and Frank A. Cassara, "On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels" IEEE Trans Commun, Vol.49, No.8, August 2001.
- [11] 奥村善久, 進士昌明, 移動通信の基礎, 電子情報通信学会, 2001.
- [12] 小川佳彦, 笹岡秀一, "OFDM 伝送方式におけるフェージング変動補償方式の特性改善に関する検討," IEICE 信学技報, RCS2003-161, pp.57-62, Nov. 2003.
- [13] P. Hoehner, S. Kaiser and P. Robertson, "Pilot-symbol-aided channel estimation in time and frequency," Proc. Global Telecomm. Conf. The Mini-Conf., pp.90-96, Nov. 1997.
- [14] 守口 繁一, 数学公式 II, 岩波書店, 2001