

# ランダム送信電力制御を適用した DS-CDMA 無線パケット通信における スループット特性の理論検討

工藤 栄亮<sup>†1</sup> 伊藤 陽紀<sup>†2</sup> 王 智森<sup>‡3</sup> 安達 文幸<sup>†4</sup>

<sup>†</sup> 東北大学大学院工学研究科電気・通信工学専攻 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-05

<sup>‡</sup> 大連工業大学信息科学与工程学院 〒116034 大連市甘子区軽工苑 1 号

E-mail: <sup>1</sup>kudoh@ecei.tohoku.ac.jp, <sup>2</sup>ito@mobile.ecei.tohoku.ac.jp, <sup>3</sup>Z\_S\_wang@dlili.edu.cn, <sup>4</sup>adachi@ecei.tohoku.ac.jp

あらまし 筆者らはこれまで、強制的に受信電力ゆらぎを与えるランダム送信電力制御(TPC)を DS-CDMA 無線パケット通信に適用すればキャプチャ効果によりリンク容量を増大できることを計算機シミュレーションにより明らかにしてきた。しかしながら、スループット特性の理論検討はまだ行なわれていない。本論文では、ランダム TPC を適用した DS-CDMA 無線パケット通信における平均パケット誤り率とシステムスループット特性を理論的に導出し、最大スループットが得られるゆらぎ確率を明らかにしている。さらに計算機シミュレーションも行い、理論値とシミュレーション結果との比較も行なっている。

キーワード 無線パケット通信, キャプチャ効果, 送信電力制御, DS-CDMA

## A theoretical study on throughput performance of DS-CDMA packet mobile communication using random transmit power control

Eisuke KUDOH<sup>†1</sup>, Haruki ITO<sup>†2</sup>, ZhiSen WANG<sup>‡3</sup> and Fumiyuki ADACHI<sup>†4</sup>

<sup>†</sup> Dept. of Electrical and Communication Engineering Graduate School of Tohoku university

6-6-05 Aza-Aoba, Aramaki, Aoba-ku, Sendai, 980-8579 Japan

<sup>‡</sup> School of information science and engineering of Dalian Polytechnic university

No. 1, Qinggong yuan, ganjingzi, Dalian, P.R. 116034 China

E-mail: <sup>1</sup>kudoh@ecei.tohoku.ac.jp, <sup>2</sup>ito@mobile.ecei.tohoku.ac.jp, <sup>3</sup>Z\_S\_wang@dlili.edu.cn, <sup>4</sup>adachi@ecei.tohoku.ac.jp

**Abstract** Recently, we proposed a random transmit power control (TPC) and showed that it can increase the uplink capacity of DS-CDMA packet mobile communications by computer simulation. However, to the best of our knowledge, theoretical analysis of the effect of the random TPC to the throughput on DS-CDMA packet mobile communications has not been done yet. In this paper, we derive the numerical expression of the average packet error rate and system throughput. We also derive the optimal value of the fluctuation probability which is an important parameter of random TPC. The Monte Carlo numerical computation is also done to compare with the theoretically evaluated system throughput of DS-CDMA packet mobile communications using random TPC.

**Keyword** packet communication, capture effect, transmit power control, DS-CDMA

### 1. まえがき

無線パケット通信では、ユーザがパケットをランダムに送信するので、パケット衝突が発生し、スループットが劣化する。衝突した複数のパケット間の受信電力差が小さい場合には全てのパケットが損失してしまう。しかし、パケット受信電力差が大きい場合には受信電力の大きなパケットの伝送は成功するというキャプチャ効果が得られ、衝突によるスループット劣化を低減できることが知られている[1],[2]。そこで、筆者らは強制的に受信電力にゆらぎを与えるランダム送信電力制御(TPC)[3]~[7]を DS-CDMA パケット無線通信に用いることを提案し、その効果を計算機シミュレ-

ーションにより明らかにしてきた[8]。しかしながら、スループット特性の理論検討はまだ行なわれておらず、ランダム TPC を行なう際に重要なパラメータであるゆらぎ確率の最適値はシミュレーションでしか求められていない。

本論文では、ランダム TPC を適用した DS-CDMA パケット無線通信のスループット特性を理論的に明らかにし、ランダム TPC の重要なパラメータであるゆらぎ確率の最適値を求める。本論文の構成は以下のようになっている。第 2 章で強制的に受信電力にゆらぎを与えるランダム TPC の原理について述べ、ランダム TPC を用いるときのシステムスループットを導出する。第

3章では、数値計算結果を示し、計算機シミュレーション結果と比較する。第4章はむすびである。

## 2. ランダム高速 TPC とスループット

図1に示すように基地局での Rake 合成後の受信電力が確率 $\varepsilon$ でターゲット値より $\Delta$  dB 小さく、 $1-\varepsilon$ の確率でターゲット値より $\Delta$  dB 大きくなるようにユーザの送信電力を制御する[8]。

チップレートを一定としたとき、伝送レートは拡散率 $SF$ の関数になる。 $SF$ で正規化されたトラフィック $G$ は、アクティブユーザ数を $K$ 、パケット発生率を $\lambda$ とすると、

$$G = \frac{K\lambda}{SF} \quad (1)$$

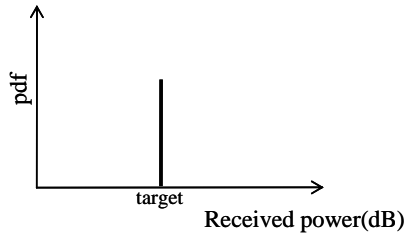
となる。システムスループット $S$ は、平均パケット誤り率を $p$ とすると、

$$S = G(1-p) \quad (2)$$

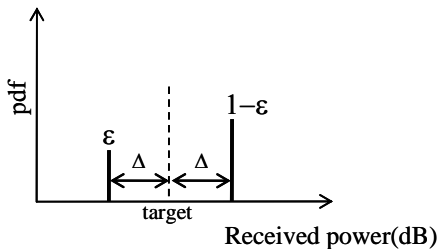
である。衝突パケット数が $k+1$ のときの受信信号電力対雑音+干渉電力比 (SINR) を $\gamma_k$ とする。受信 SINR が干渉保護比 $\gamma_{th}$ 以下になるとパケット誤りになると仮定すると、パケット誤り率 $p(k)$ は次式で与えられる。

$$p(k) = \begin{cases} 0 & \gamma_k \geq \gamma_{th} \text{のとき} \\ 1 & \text{その他} \end{cases} \quad (3)$$

以下、高速 TPC とランダム TPC の場合に分けて、システムスループットを求める。簡単のため、雑音およびパス間干渉は無視し、他ユーザ干渉による干渉リミテッドチャンネルを仮定する。また、同期検波を仮定する。



(a) Fast TPC



(b) Random TPC

図1 受信電力分布

### 2.1 高速 TPC

高速 TPC では、受信信号電力が等しくなるように全てのユーザの送信電力を制御する。受信 SINR $\gamma_k$  は次式で与えられる。

$$\gamma_k = \frac{2SF}{k} \quad (5)$$

パケット誤りとなるのは $\gamma_k < \gamma_{th}$ のときである。

(a)  $SF < \frac{\gamma_{th}}{2}$  のとき

$k=0$ ではパケット成功となるが、 $k \geq 1$ ではパケット誤りとなる。すなわち、

$$p(k) = \begin{cases} 0 & k=0 \text{のとき} \\ 1 & \text{その他} \end{cases} \quad (6)$$

したがって、 $p$ は次式のようにになる。

$$p = \sum_{k=0}^{K-1} \binom{K-1}{k} \lambda^k \cdot (1-\lambda)^{K-1-k} p(k) \\ = 1 - (1-\lambda)^{K-1} \quad (7)$$

式(7)と式(1)を式(2)に代入すると、システムスループット $S$ は次式のようにになる。

$$S = G \left( 1 - \frac{G \cdot SF}{K} \right)^{K-1} \quad (8)$$

$K$ が十分大きいときには次式が得られる。

$$S \cong G \exp(-G \cdot SF) \quad (9)$$

(b)  $\frac{\gamma_{th}}{2} \leq SF < \gamma_{th}$  のとき

$k \leq 1$ のときパケット成功となり、 $k \geq 2$ のときパケット誤りになる。すなわち、

$$p(k) = \begin{cases} 0 & k \leq 1 \text{のとき} \\ 1 & \text{その他} \end{cases} \quad (10)$$

したがって、 $p$ は次式のようにになる。

$$p = \sum_{k=2}^{K-1} \binom{K-1}{k} \lambda^k \cdot (1-\lambda)^{K-1-k} \\ = 1 - (1-\lambda)^{K-2} \{1 + (K-2)\lambda\} \quad (11)$$

式(11)と式(1)を式(2)に代入すると、 $S$ は次式のようにになる。

$$S = G \left( 1 + \left( 1 - \frac{2}{K} \right) G \cdot SF \right) \left( 1 - \frac{G \cdot SF}{K} \right)^{K-2} \quad (12)$$

$K$  が十分大きいときには次式が得られる.

$$S \cong G(1+G \cdot SF) \exp(-G \cdot SF) \quad (13)$$

## 2.2 ランダム TPC

(a)  $SF < \frac{\gamma_{th}}{2}$  のとき

大電力パケットと小電力パケットの電力差( $2\Delta\text{dB}$ )が十分大きいものとする.  $k=0$  であればパケット送信は常に成功する.  $k \geq 1$  であれば, 希望ユーザが大電力パケットを送信し, 全ての干渉ユーザが小電力パケットを送信したときには, 希望ユーザと干渉ユーザのパケット電力差  $2\Delta\text{dB}$  が十分大きいのでパケット送信に成功する. 以上より,  $p(k)$  は次式で与えられる.

$$p(k) = \begin{cases} 0 & , k=0 \\ 1-(1-\varepsilon)\varepsilon^k & , k \geq 1 \end{cases} \quad (14)$$

ここで,  $\varepsilon$  は小電力パケットを送信する確率である. したがって,  $p$  は次式のようになる.

$$p = \sum_{k=0}^{K-1} \binom{K-1}{k} \cdot \lambda^k \cdot (1-\lambda)^{K-1-k} \cdot p(k) \quad (15)$$

$$= 1 - \varepsilon(1-\lambda)^{K-1} - (1-\varepsilon)(1-\lambda(1-\varepsilon))^{K-1}$$

式(15)と式(1)を式(2)に代入すると,  $S$  は次式のようになる.

$$S = G \cdot \left\{ \varepsilon(1-\lambda)^{K-1} + (1-\varepsilon)(1-\lambda(1-\varepsilon))^{K-1} \right\}$$

$$= G \cdot \left\{ \varepsilon \left( 1 - \frac{G \cdot SF}{K} \right)^{K-1} + (1-\varepsilon) \left( 1 - \frac{G \cdot SF}{K} (1-\varepsilon) \right)^{K-1} \right\} \quad (16)$$

$K$  が十分大きいときには次式が得られる.

$$S \cong G \cdot \left\{ \varepsilon \exp(-G \cdot SF) + (1-\varepsilon) \exp(-G \cdot SF(1-\varepsilon)) \right\} \quad (17)$$

$$\cong G \cdot \left\{ 1 - G \cdot SF + \varepsilon \cdot G \cdot SF - G \cdot SF \cdot \varepsilon^2 \right\}$$

$S$  を最大にする  $\varepsilon$  は  $\frac{dS}{d\varepsilon} = 0$  より求まり, 式(17)より  $\varepsilon = 1/2$  である.

(b)  $\frac{\gamma_{th}}{2} \leq SF < \gamma_{th}$  のとき

$k=0$  であればパケット送信に常に成功する.  $k=1$  であれば, 希望ユーザが小電力パケットを送信し, 干渉ユーザが大電力パケットを送信したときのみパケット誤りとなる.  $k \geq 2$  であれば, ①希望ユーザが大電力パケットで送信し, 干渉ユーザが全て小電力パケットを送信したとき, または, ②希望ユーザが大電力パケットで送信し, 干渉ユーザのうち一人だけが小電力パケットを送信したときに, パケット成功となる. 以上より,  $p(k)$  は次式で与えられる.

$$p(k) = \begin{cases} 0 & , k=0 \\ (1-\varepsilon)\varepsilon & , k=1 \\ 1-(1-\varepsilon)\left\{ \varepsilon^k + k(1-\varepsilon)\varepsilon^{k-1} \right\} & , k \geq 2 \end{cases} \quad (18)$$

したがって,  $p$  は次式のようになる.

$$p = \sum_{k=0}^{K-1} \binom{K-1}{k} \cdot \lambda^k \cdot (1-\lambda)^{K-1-k} \cdot p(k)$$

$$= 1 - \varepsilon(1-\lambda)^{K-1} - \varepsilon^2 \lambda (K-1) (1-\lambda)^{K-2} - (1-\varepsilon)(1-\lambda+\lambda\varepsilon)^{K-1} - (1-\varepsilon)^2 \lambda (K-1) (1-\lambda+\lambda\varepsilon)^{K-2} \quad (19)$$

式(19)と式(1)を式(2)に代入すると,  $S$  は次式のようになる.

$$S = G \cdot \left\{ \begin{aligned} & \varepsilon \left( 1 - \frac{G \cdot SF}{K} \right)^{K-1} \\ & + \varepsilon^2 \frac{G \cdot SF}{K} (K-1) \left( 1 - \frac{G \cdot SF}{K} \right)^{K-2} \\ & + (1-\varepsilon) \left( 1 - \frac{G \cdot SF}{K} (1-\varepsilon) \right)^{K-1} \\ & + (1-\varepsilon)^2 \frac{G \cdot SF}{K} (K-1) \left( 1 - \frac{G \cdot SF}{K} (1-\varepsilon) \right)^{K-2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$K$  が十分大きいときには次式が得られる.

$$S \cong G \cdot \left\{ \begin{aligned} & \varepsilon \exp(-G \cdot SF) \\ & + \varepsilon^2 G \cdot SF \exp(-G \cdot SF_{eq}) \\ & + (1-\varepsilon) \exp(-G \cdot SF(1-\varepsilon)) \\ & + (1-\varepsilon)^2 G \cdot SF \exp(-G \cdot SF(1-\varepsilon)) \end{aligned} \right\}$$

$$\cong G \cdot \left\{ \begin{aligned} & \varepsilon(1-A) + \varepsilon^2 A(1-A) \\ & + (1-\varepsilon)(1-A(1-\varepsilon)) + (1-\varepsilon)^2 A(1-A(1-\varepsilon)) \end{aligned} \right\}$$

$$= G \cdot \left\{ 1 - A^2 + A \left\{ A\varepsilon^3 + (1-4A)\varepsilon^2 + (3A-1)\varepsilon \right\} \right\} \quad (21)$$

ただし,  $A = G \cdot SF$  とした.

$S$  を最大にする  $\varepsilon$  は  $\frac{dS}{d\varepsilon} = 0$  より求まり, 式(21)より

$$\varepsilon = \frac{4A-1-\sqrt{7A^2-5A+1}}{3A} \quad \text{である. 今, } A \text{ が十分大きい}$$

と仮定すると,  $\varepsilon \cong \frac{4-\sqrt{7}}{3} \cong 0.45$  のときにシステムスループットは最大となる.

## 3. 数値計算結果

$\gamma_{th} = 10\text{dB}$  を仮定する. また,  $SF=1$  および  $8$  としている.  $SF=1$  は  $SF < \frac{\gamma_{th}}{2}$ ,  $SF=8$  は  $\frac{\gamma_{th}}{2} \leq SF < \gamma_{th}$  の場合

に対応する。比較のため、計算機シミュレーションも行なう。計算機シミュレーションでは、真の packets 発生率  $\lambda_0=0.05$  とし、繰り返しアルゴリズムを用いて、スループットを計算している[8]。

図2に計算機シミュレーションで求めたゆらぎ確率  $\varepsilon$  がシステムスループットに与える影響を示す。前節で示したように、理論式では  $SF=1$  および  $8$  では、それぞれ、 $\varepsilon=0.5$  および  $0.45$  のときにスループットが最大となり、このこととシミュレーション結果は一致している。

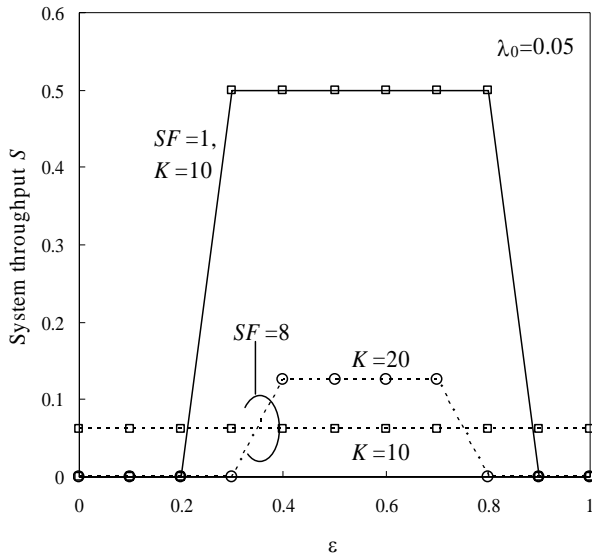


図2  $\varepsilon$  がシステムスループットに与える影響

図3に高速 TPC のシステムスループット特性を示す。計算機シミュレーションでは、 $SF=1(8)$  の場合、 $K=7(17)$  のときにシステムスループットは最大となっており、 $K$  がこの値以下のときには理論値とシミュレーション結果はよく一致している。しかしながら、 $SF=1(8)$  の場合、 $K=8(18)$  になると急激にシステムスループットが劣化してしまう。このように、計算機シミュレーションでは理論とは異なり、不連続な特性が得られている。この理由について以下考察する。

無限の再送を許容した場合、再送を含めた packets 発生率  $\lambda$  と真の packets 発生率  $\lambda_0$  とは以下の関係が成り立つ。

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{1-p} \quad (22)$$

計算機シミュレーションでは真の packets 発生率は常に一定であると仮定している。このため、アクティブユーザ数が大きくなると packets 誤り率が急増し、再送が増える。したがって、再送を含めた packets 発生率も急増してしまうので、図3に示すように、計算機シミュレーションではシステムスループット特性が急激に劣化する点が生じる。

以下のような関数  $f(\lambda)$  を考える。

$$f(\lambda) = \frac{\lambda_0}{1-p} - \lambda \quad (23)$$

packets 誤り率  $p$  が  $1$  に近づくと、式(23)の右辺第1項は無限大へと近づき、 $f(\lambda)=0$  を満たす  $\lambda$  が存在しなくなってしまう。したがって、 $K$  を増加させていくと(すなわち  $p$  および  $\lambda$  が増加すると)システムスループットが増加するが  $K$  がある値を超えるとシステムスループットが急激に低下する。システムスループットが最大になる packets 発生率を  $\lambda_a$  とすると、 $f(\lambda)$  は  $\lambda_a$  で最小値をとり、そのとき  $f(\lambda_a)=0$  を満たす。すなわち、

$$f(\lambda_a) = 0 \quad (24)$$

$$\left. \frac{df}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_a} = 0 \quad (25)$$

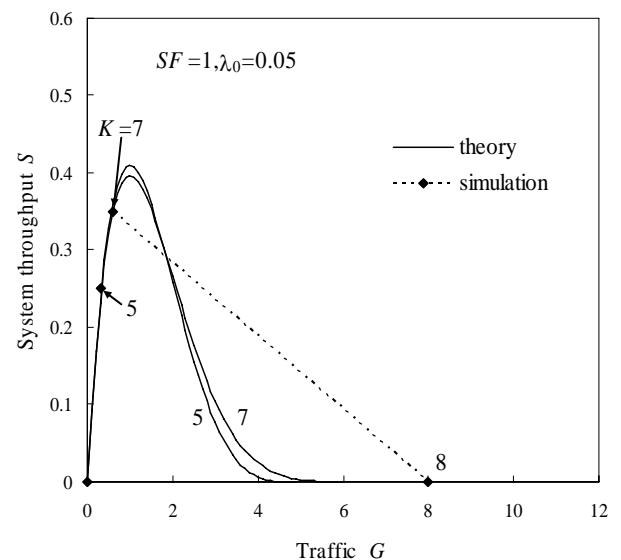
が成り立つ。式(8)を式(23)に代入すると次式が得られる。

$$f(\lambda) = \frac{\lambda_0}{(1-\lambda)^{K-1}} - \lambda \quad (26)$$

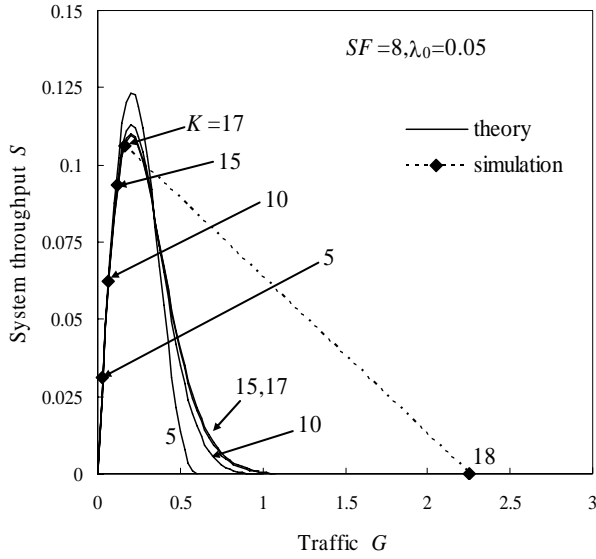
式(24),(25),(26)より

$$\lambda_0 = \frac{(K-1)^{K-1}}{K^K} \quad (27)$$

を得る。式(27)から、 $\lambda_0=0.05$  のときの最大アクティブユーザ数は  $K=7$  となる。このアクティブユーザ数は図3(a)の計算機シミュレーション結果においてシステムスループット特性が最大となるアクティブユーザ数とよく一致している。



(a)  $SF=1$



(b) SF=8

図3 高速 TPC のシステムスループット特性

次に、図4にランダム TPC のシステムスループット特性を示す。図3, 4を比較することにより、ランダム TPC の方が大きなスループットが得られることがわかる。これはキャプチャ効果が得られるためである。SF=1(8)の場合、計算機シミュレーションでは、K=10(20)のときにシステムスループットは最大となっており、Kがこの値以下のときには理論値とシミュレーション結果はよく一致している。しかしながら、SF=1(8)の場合、K=11(21)になると急激にシステムスループットが劣化してしまう。以下、高速 TPC の場合と同様に計算機シミュレーションにおいて、システムスループットが最大となるK(この値よりも大きなKではシステムスループットが急激に劣化する)について考察する。

式(16)に $\epsilon=0.5$ を代入すると、 $p$ は以下ようになる。

$$p = 1 - \frac{(1-\lambda)^{K-1}}{2} - \frac{(1-\lambda/2)^{K-1}}{2} \quad (28)$$

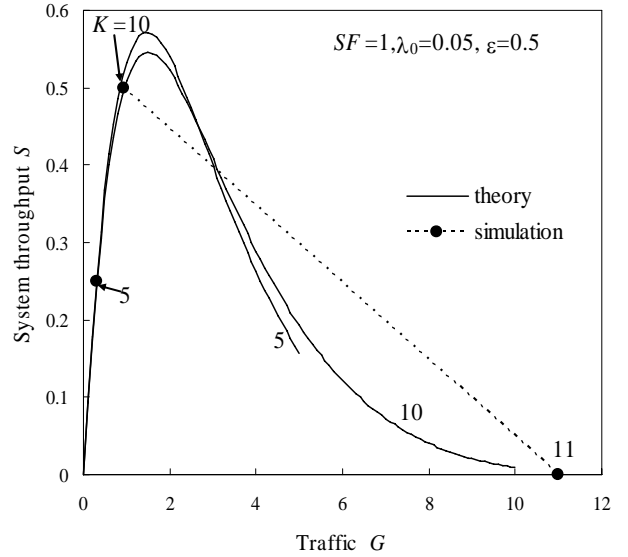
Kが十分大きいと仮定すると、 $p$ は以下のように近似できる。

$$p \cong \frac{3}{4}(K-1)\lambda \quad (29)$$

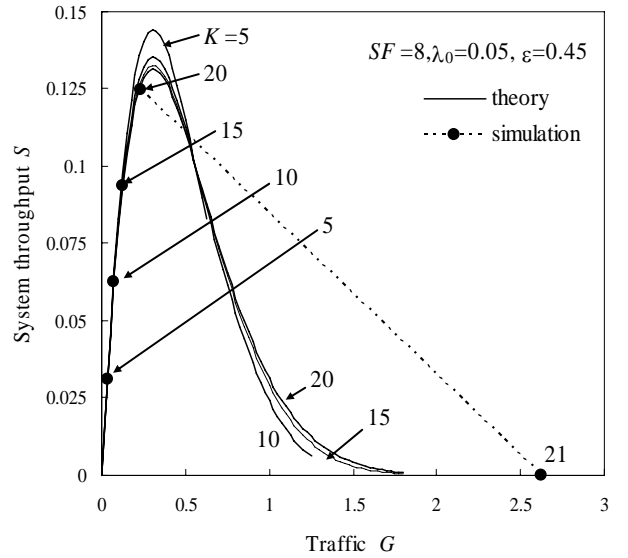
式(29)を式(23)に代入し、式(24)(25)を用いると以下の式が得られる。

$$K = \frac{1}{3\lambda_0} + 1 \quad (30)$$

式(30)に $\lambda_0=0.05$ を代入すると $K=8.7$ となる。計算機シミュレーションでは $K=10$ でシステムスループットが最大となり、式(30)から得られる結果と若干の差があるが、これは式(29)における近似誤差の影響であると思われる。



(a) SF=1



(b) SF=8

図4 ランダム TPC のシステムスループット特性

#### 4. むすび

本論文では、ランダム TPC を用いた DS-CDMA 無線パケット通信のシステムスループットの理論式を導出し、最適なゆらぎ確率を求めた。さらに、数値計算も行ない、計算機シミュレーション結果と比較した。その結果、ランダム TPC の方が高速 TPC よりも大きなシステムスループットを得られることを示した。また、計算機シミュレーションで最大システムスループット

が得られるアクティブユーザ数以下のときには計算機シミュレーションと理論値はよく一致した結果が得られた。

## 参考文献

- [1] J. C. Arnbak and W. van Blitterswijk, "Capacity of a slotted ALOHA in rayleigh fading channels," IEEE J. Selected Areas Comm., Vol. SAC-5, pp. 261-299, Feb. 1987.
- [2] R. Prasad, "Performance analysis of mobile packet radio network in real channels with inhibit multiple access," IEE Proceedings-I, Vol. 138, No. 5, pp. 458-464, Oct. 1991.
- [3] 加藤, 鈴木, "ランダムマルチレベル送信と最小電力アクセスによるパケット移動通信方式のスループット改善," 信学技報, RCS98-248, pp. 93-98, Feb. 1999.
- [4] C. C. Lee, "Random signal level for channel access in packet broadcast networks," IEEE Jour. Select. Areas Commun., Vol. SAC-5, No. 6, pp. 1026-1034, July 1987.
- [5] 原, 森川, "ランダム電力選択法を用いたスロット付きアロハ方式に関する性能解析," 信学技報, RCS96-98, pp. 85-91, Oct. 1996.
- [6] J. J. Metzner, "On improving utilization in networks," IEEE Trans. Commun., Vol. 24, No. 4, pp. 447-448, April 1976.
- [7] I. Cidon, H. Kodesh, and M. Sidi "Erasure, capture, and random power level selection in multiple-access system," IEEE Trans. Commun., Vol. COM-36, No. 3, pp. 263-271, March 1988.
- [8] Wang, E. Kudoh, and F. Adachi, "Application of random transmit power control to DS-SS/TDD packet mobile radio," IEICE Trans. Commun., vol. E87-B, No. 10, pp. 3144-3149, Oct. 2004.