

マルチユーザ MIMO を用いるセルラ上りリンクにおける 格子基底縮小の適用効果

板垣 将志[†] 武田 一樹[†] 安達 文幸[‡]

^{†‡}東北大学大学院 工学研究科 電気・通信工学専攻 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-05

E-mail: [†]{masashi, kazuki}@mobile.ecei.tohoku.ac.jp, [‡]adachi@ecei.tohoku.ac.jp

あらまし Multi-Input Multi-Output (MIMO) 空間多重の信号検出に格子基底縮小(LR)を適用することで、優れた伝送特性を得ることができる。筆者らは以前、シングルセル環境での上りリンクマルチユーザ MIMO 多重に LR を導入した信号検出を用いたときのビット誤り率(BER)アウトージ確率を求め、LR を用いた信号検出は最尤検出(MLD)とほぼ同等のアウトージ確率を達成できることを示した。ところで、実際のセルラシステムでは限られた周波数帯域を有効利用するため、同一の帯域を異なるセルで繰り返し利用しているから、同一チャネル間干渉(CCI)が信号伝送品質を制限してしまう。同一帯域を利用するセル間の距離を大きくすることで CCI を低減できるものの、システム帯域幅が増加してしまうため、周波数利用効率が低下してしまう。本論文では、セルラシステムの上りリンクマルチユーザ MIMO に LR を導入した信号検出を用いたときの BER アウトージ確率およびリンク容量について検討している。

キーワード マルチユーザ MIMO, 格子基底縮小, リンク容量

Impact of lattice reduction on the cellular uplink using multi-user MIMO

Masashi ITAGAKI[†] Kazuki TAKEDA[†] and Fumiyuki ADACHI[‡]

^{†‡}Dept. of Electrical and Communication Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University

6-6-05 Aza-Aoba, Aramaki, Aoba-ku, Sendai, 980-8579 Japan

E-mail: [†]{masashi, kazuki}@mobile.ecei.tohoku.ac.jp, [‡]adachi@ecei.tohoku.ac.jp

Abstract The bit error rate (BER) performance of multi-input multi-output (MIMO) transmission can be improved by introducing lattice reduction (LR) aided signal detection. Recently, we have investigated the effect of LR aided detection on the BER outage probability of uplink using multi-user MIMO multiplexing in a single cell environment. It was shown that LR aided detection can achieve almost the same outage probability as maximum likelihood detection (MLD). In a cellular system, same channels are reused in spatially separated different cells in order to efficiently utilize frequency resource. Therefore, co-channel interference (CCI) limits the performance of signal detection. The CCI can be suppressed by increasing the same frequency reuse distance; however, the frequency utilization efficiency degrades because the required system bandwidth increases. In this paper, we investigate the BER outage probability and link capacity of the cellular uplink multi-user MIMO using LR aided signal detection.

Keyword Multi-user MIMO, Lattice reduction, Link capacity

1. まえがき

セルラシステムでは限られた周波数資源を有効利用するため、同じ帯域を異なるセルで繰り返し利用する [1] から、同一チャネル干渉 (CCI: Co-Channel Interference) が伝送品質を制限する。CCI が存在する環境下でも、優れた伝送品質を得られるユーザ多重法が求められている。

限られた周波数帯域でより多くのユーザを多重する技術として注目されているのがマルチユーザ MIMO 多重である [2],[3]。マルチユーザ MIMO では複数のユーザの信号が重畳した状態で受信されるため、送信ユ

ーザが多いほど伝送品質が劣化する。所要品質を保ちつつ、出来る限り多くのユーザを多重するには、高い精度を有する MIMO 信号検出が必要である。MIMO 信号検出法としては、Zero-forcing 検出 (ZFD)、最小平均二乗誤差検出 (MMSE: Minimum Mean Square Error Detection) や最尤検出 (MLD: Maximum Likelihood Detection) が知られている [4]。MLD ではユーザ数に関わらず常に受信アンテナ本数に等しいダイバーシチオーダが得られるが、膨大な演算量が問題となる。ZFD および MMSE は MLD に比べて少ない演算量で実現可能であるが、ダイバーシチオーダが受信アンテナ本

数とユーザ数の差分となるため、ユーザ数が増加するにつれてビット誤り率(BER)が著しく劣化してしまう。

LLL アルゴリズム [5] による格子基底縮小 (LR: Lattice Reduction) を導入することで、ZFD および MMSED でも MLD と同じダイバーシチオーダが得られるようになり [6], 優れた伝送特性を達成できる [7]. 筆者らは以前, マルチユーザ MIMO 多重の信号検出に格子基底縮小を導入すれば, シングルセル環境下で MLD に近いビット誤り率(BER)アウトージ確率を達成できることを示した [8]. しかしながら, CCI が存在する環境下での適用効果については未検討であった. 本論文では, セルラシステムの上りリンクマルチユーザ MIMO に, 文献 [8] で示した格子基底縮小を導入した信号検出を用いたときの BER アウトージ確率およびリンク容量について検討している.

本論文の構成は以下の通りである. 第 2 章でマルチユーザ MIMO の上りリンクシステムモデルを示し, 第 3 章で格子基底縮小を導入した MIMO 信号検出法について述べる. 第 4 章で計算機シミュレーション結果を示す. 第 5 章はまとめである.

2. 上りリンクマルチユーザ MIMO のシステムモデル

セルラシステムにおける上りリンクマルチユーザ MIMO のモデルを図 1 に示す. 各ユーザは単一の送信アンテナを有するものとする. U 人のユーザは同一の搬送波周波数を用いて同時に基地局との通信を行う. 基地局では, U 人分の信号が重畳して受信される.

セルラシステムにおいては, 使用可能な全帯域が N 個に分割 (N はクラスタサイズと呼ばれる) され, それぞれ異なるセルに割り当てられる [1]. クラスタサイズが小さければ, 各セルに割り当てられる帯域幅は広くなるものの, CCI が強くなる. 一方, クラスタサイズが大きければ, 各セルに割り当てられる帯域幅は狭くなるものの, CCI は弱くなる. したがって, マルチユーザ MIMO の上りリンク容量を最大にする最適クラスタサイズが存在する.

本論文では周波数非選択性チャンネルにおける上りリンク伝送について検討する. 計算機シミュレーションにより, 短区間平均 BER の分布を求める. 短区間平均 BER が所要 BER を上回る確率をアウトージ確率と定義する. そして, 許容アウトージ確率を満足する最大のユーザ数をクラスタサイズで正規化した値をリンク容量と定義する. 注目する基地局のセル (以下, 第 0 セル) に最近接する 6 個の CCI セルを考える.

第 0 セルの基地局における受信信号は次式で表される.

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_0 \mathbf{s}_0 + \mathbf{i} + \mathbf{n} \quad (1)$$

ここで, \mathbf{h}_0 は第 0 セルのユーザと基地局間の $N_r \times U$ 複素チャネル行列, $\mathbf{s}_0 = \sqrt{2P} [s_{0,0} \ s_{0,1} \ \dots \ s_{0,U-1}]^T$ は第 0 セルのユーザからの $U \times 1$ 送信信号ベクトル, P は送信電力, $\mathbf{i} = [i_0 \ i_1 \ \dots \ i_{N_r-1}]^T$ は $N_r \times 1$ CCI ベクトル, $\mathbf{n} = [n_0 \ n_1 \ \dots \ n_{N_r-1}]^T$ は $N_r \times 1$ 雑音ベクトルである. \mathbf{h}_c の第 m 行 $u(0)$ 列の要素は次式で与えられる.

$$h_{m,u(0)} = \sqrt{r_{u(0)}^{-\alpha} \cdot 10^{-\frac{\eta_{u(0)}}{10}}} g_{m,u(0)} \quad (2)$$

ここで, $r_{u(0)}$ および $\eta_{u(0)}$ はそれぞれ第 0 セルの第 u ユーザと基地局間の距離およびシャドウイング損失を表す. α は伝搬損失指数, $g_{m,u(0)}$ は第 0 セルの第 u ユーザと基地局の第 m アンテナ間の複素パス利得 (ただし, $E[|g_{m,u(0)}|^2] = 1$) である.

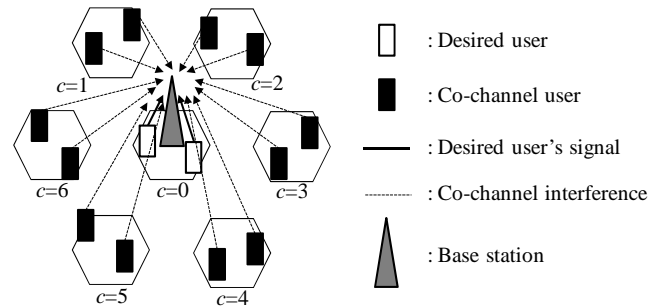


図 1 マルチユーザ MIMO セルラシステム

3. 格子基底縮小を用いた MIMO 信号検出

マルチユーザ MIMO の上りリンク伝送系を図 2 に示す. 格子基底縮小を導入することで, チャネル行列 \mathbf{h}_0 から各列ベクトルがより直交に近い行列 $\tilde{\mathbf{h}}_0$ が得られ, $\tilde{\mathbf{h}}_0$ を用いることで雑音強調の影響を低減することが出来る [7]. LLL アルゴリズムにより格子基底縮小を実行する (LLL アルゴリズムの詳細は付録参照). チャネル行列 \mathbf{h}_0 に LLL アルゴリズムを適用すると, 行列 \mathbf{T} が得られる. \mathbf{h}_0 と $\tilde{\mathbf{h}}_0$ とは $\tilde{\mathbf{h}}_0 = \mathbf{h}_0 \mathbf{T}$ のように関係付けられる. \mathbf{T} を用いて式 (1) を変形する.

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{h}_0 \mathbf{s}_0 + \mathbf{i} + \mathbf{n} \\ &= \mathbf{h}_0 \mathbf{T} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{s}_0 + \mathbf{i} + \mathbf{n} \\ &= \tilde{\mathbf{h}}_0 \tilde{\mathbf{s}}_0 + \mathbf{i} + \mathbf{n} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, $\tilde{\mathbf{s}}_0 \equiv \mathbf{T}^{-1} \mathbf{s}_0$ は変換された信号ベクトルである.

格子基底縮小を用いた ZFD および MMSED を, それぞれ LR-ZFD および LR-MMSED と呼ぶことにする. まず, LR-ZFD による軟判定結果は以下のように表さ

れる.

$$\tilde{\mathbf{s}}_{0,ZF} = \mathbf{w}\mathbf{y} \quad (4)$$

ただし,

$$\mathbf{w} = (\tilde{\mathbf{h}}_0^H \tilde{\mathbf{h}}_0)^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_0^H \quad (5)$$

一方, LR-MMSE では, 次式で与えられる $(N_r+U) \times U$ チャネル行列 \mathbf{h}_{ext} および $(N_r+U) \times 1$ 受信信号ベクトル \mathbf{y}_{ext} を用いる [7],[9].

$$\mathbf{h}_{\text{ext}} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{h}_0 \\ \sqrt{\frac{\sigma_I^2 + \sigma_n^2}{P}} \mathbf{I}_U \end{array} \right], \quad \mathbf{y}_{\text{ext}} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{y} \\ \mathbf{0}_U \end{array} \right] \quad (6)$$

ここで, \mathbf{I}_U および $\mathbf{0}_U$ は, それぞれ $U \times U$ 単位行列および全ての要素が 0 である U 次元列ベクトルである. また, σ_I^2 および σ_n^2 はそれぞれ平均 CCI 電力, 平均雑音電力を表す. LR-MMSE による軟判定結果は次式で与えられる.

$$\tilde{\mathbf{s}}_{0,MMSE} = \tilde{\mathbf{w}}_{\text{ext}} \mathbf{y}_{\text{ext}} \quad (7)$$

ただし,

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\text{ext}} = (\tilde{\mathbf{h}}_{\text{ext}}^H \tilde{\mathbf{h}}_{\text{ext}})^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_{\text{ext}}^H \quad (8)$$

ここで, $\tilde{\mathbf{h}}_{\text{ext}} = \mathbf{h}_{\text{ext}} \mathbf{T}_{\text{ext}}$ であり, \mathbf{T}_{ext} は \mathbf{h}_{ext} に LLL アルゴリズムを適用して得られる行列である.

LR-ZFD および LR-MMSE では, まず $\tilde{\mathbf{h}}_0$ を等価チャネル行列と見なして, $\tilde{\mathbf{s}}_0$ の軟判定結果 $\tilde{\mathbf{s}}_{0,s}$ を得る. 次に, $\tilde{\mathbf{s}}_{0,s}$ から $\tilde{\mathbf{s}}_0$ の各シンボルの硬判定出力 $\tilde{\mathbf{s}}_{0,h}$ を得る. 最後に, $\tilde{\mathbf{s}}_{0,h}$ に \mathbf{T} を乗じることで, \mathbf{s}_0 を検出する.

格子基底縮小を用いない ZFD および MMSE のダイバーシチオーダは (N_r+U+1) で与えられる [10]. したがって, U が増加するにつれて, BER 特性は著しく劣化する. しかしながら, 格子基底縮小を適用することで, MLD と同じように, 常に N_r に等しいダイバーシチオーダが得られるようになる [6].

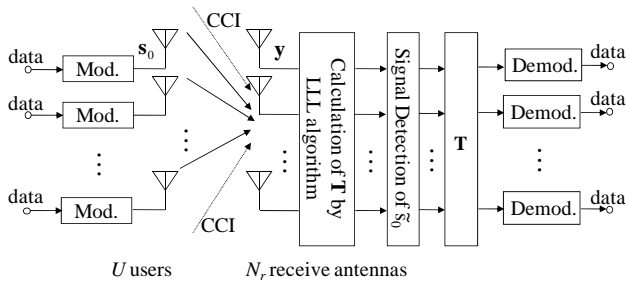


図 2 上りリンクマルチユーザ MIMO の伝送系

4. 計算機シミュレーション

4.1 シミュレーション手順

表 1 シミュレーション条件

Transmitter	Data Modulation	QPSK
	Number of users	$U=1 \sim 8$
Channel	Fading	Frequency-nonselective Rayleigh fading
	Path-loss exponent	$\alpha = 3.5$
	Standard deviation of shadowing loss	$\sigma = 7.0$ (dB)
	Average received E_b/N_0 from cell edge	10 (dB)
Receiver	Number of receive antennas	$N_r=8$
	Channel estimation	Ideal
	Parameter of LLL	$\delta = 0.75$
Required quality	Required BER	10^{-3}
	Allowable outage probability	$Q=0.1$

本論文では, 周波数非選択性チャネルでの検討を行う. シミュレーション条件を表 1 に示す. 正六角形セル構成を考え, クラスタサイズ N より決定される干渉セルを配置する. 各ユーザの送信電力はユーザがセル端にいる場合の基地局における平均ビットエネルギー対雑音電力スペクトル密度比 (E_b/N_0) が 10(dB) となるように定める. 各ユーザの位置を発生させ, 各ユーザと基地局との間の伝搬損失およびシャドウイング損失が与えられたときの短区間平均 BER (フェージングで平均化した BER) を測定する. ユーザの位置を変化させて短区間平均 BER の測定を十分な回数繰り返すことで, 短区間平均 BER の相補累積分布関数 (CCDF) を求める. BER が所要値を超える場合をアウトエージと定義し, アウトエージとなる確率が許容アウトエージ確率 Q を超えない最大のユーザ数 U_{max} をクラスタサイズ N で正規化した値 U_{max}/N をリンク容量と定義する. 本論文では, 所要 BER を 10^{-3} , 許容アウトエージ確率 Q を 0.1 とした.

LR-ZFD および LR-MMSE との比較のために MLD を考える. MLD の検出信号は次式で表される.

$$\mathbf{s}_0 = \arg \min_{\hat{\mathbf{s}}} \|\mathbf{y} - \mathbf{h}_0 \hat{\mathbf{s}}\|^2 \quad (9)$$

MLD では, 変調多値数を M とすると, M^U 個の送信信号ベクトルの候補を全て探索することになり, 計算量が膨大になる. 一方, LLL アルゴリズムの計算量は, A を行列 \mathbf{h}_0 の列ベクトルのノルムの最大値とすると, $O(U^4 \log A)$ で与えられる [5] ため, U が大きいほど MLD に比べて計算量を減らすことができる.

4.2 上りリンク容量

$N_r=8, N=25$ の場合について、アウテージ確率をユーザ数の関数として図3に示す。ZFDおよびMMSEDでは、ユーザ数の増加につれてアウテージ確率が著しく増加していることが分かる。ダイバーシチオーダが (N_r-U+1) 次であるので、 U が増加するにつれて、検出精度が劣化するためである。一方、LR-ZFDおよびLR-MMSEDでは、アウテージ確率がMLDに近い値を示していることが分かる。格子基底縮小を適用することで、 N_r 次のダイバーシチオーダが得られるようになり、ユーザ数が増加しても検出精度がさほど劣化しないためである。

クラスタサイズ N の関数としてプロットした上りリンク容量 U_{\max}/N を図4に示す。また、クラスタサイズ毎に U_{\max} の値も併せて示してある。ZFDおよびMMSEDの最大リンク容量は $U_{\max}/N=0.250(N=12$ および $16)$ で、このとき最大3ユーザもしくは4ユーザ収容可能となる。一方、LR-ZFDでの最大リンク容量は $N=13$ のとき $U_{\max}/N=0.385$ でZFDの1.54倍であり、このとき最大5ユーザ収容可能である。また、LR-MMSEDでは $N=16$ のとき $U_{\max}/N=0.438$ でMMSEDの1.75倍であり、このとき最大7ユーザ収容可能である。

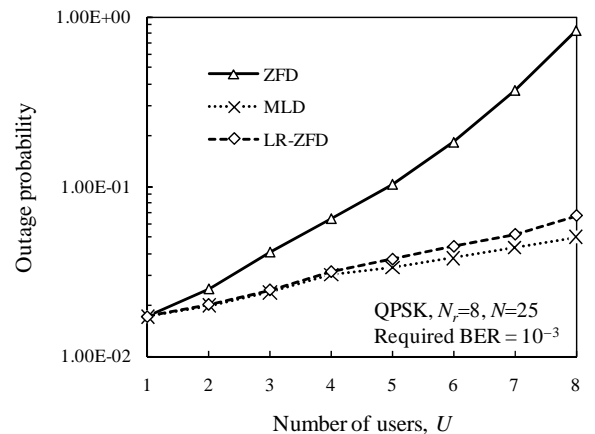
クラスタサイズが小さい領域ではCCIが大きいため、いずれの検出法でも U_{\max} は小さい。図4より、クラスタサイズが9以下の領域では、LR-ZFDおよびLR-MMSEDの U_{\max} はZFDおよびMMSEDと同じか1多い程度であることが分かる。クラスタサイズが大きくなるにつれて、CCIが弱まるため、より多くのユーザを収容可能になる。

しかしながら、ZFDおよびMMSEDではダイバーシチオーダが (N_r-U+1) 次であるため、ユーザ数の増加が伝送品質の著しい劣化につながる。図4より、ZFDおよびMMSEDでは、 U_{\max} が4以上になると、クラスタサイズが増加しても U_{\max} がなかなか増加せず、リンク容量が減少していくことが分かる。一方、LR-ZFDおよびLR-MMSEDでは、ダイバーシチオーダが N_r 次であるため、ユーザ数の増加が伝送品質に与える影響はZFDおよびMMSEDに比べて非常に小さい。したがって、ZFDおよびMMSEDとは異なり、 U_{\max} が4以上でも、クラスタサイズが増加するにつれて、 U_{\max} が増加していく。クラスタサイズ N が1から25の範囲における U_{\max} の最大値はZFDが4、MMSEDが5であるが、LR-ZFDおよびLR-MMSEDでは8になる。

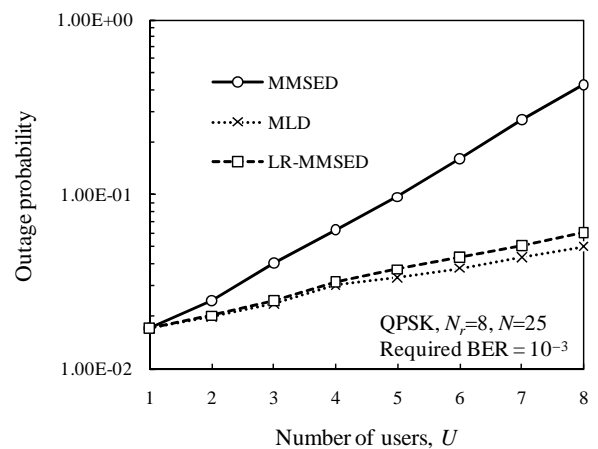
LR-ZFDよりもLR-MMSEDの方がより高い最大リンク容量を与える。以下では、LR-MMSEDとMLDとで、最大リンク容量を与えるときに両者が必要とする複素乗算回数を概算比較する。ここで、 $(N_r+U) \times U$ 行列のQR分解、 $(N_r+U) \times U$ 行列を用いたLLLアルゴリズム

の実行、および $U \times U$ 行列の逆行列演算 (ξ_0 の各シンボルの硬判定出力を得るのに \mathbf{T} の逆行列が必要なため)にはそれぞれ、 $(N_r+U)U^2$ 回、 U^4 回、および U^3 回の複素乗算を要するものとする。LR-MMSEDでは上記の3つの演算に加えて、 $(N_r+U) \times U$ 行列を用いたZF検出と \mathbf{s}_0 の検出が必要になる。これらに要する複素乗算回数はそれぞれ $(U^3+2(N_r+U)U^2)$ 回および U^2 回であるとする。一方、MLDでは式(9)の2乗ユークリッド距離算出に $N_r M^U$ 回の複素乗算を要する。

LR-MMSEDの最大リンク容量は0.438で、これはMLDの最大リンク容量0.5($N=16$ のとき)の87.5%である。一方、最大リンク容量を与えるときの U_{\max} はLR-MMSEDが7、MLDが8であり、このときLR-MMSEDの複素乗算回数はMLDの1%にまで低下する。したがって、LR-MMSEDを用いることで、演算量を大幅に削減しつつ、MLDよりもわずかに劣化したリンク容量を達成できる。

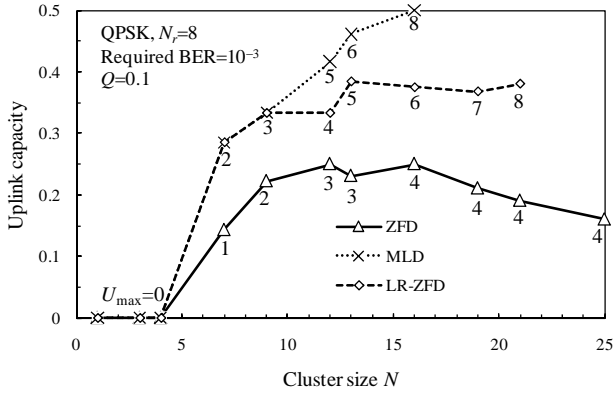


(a)ZFD

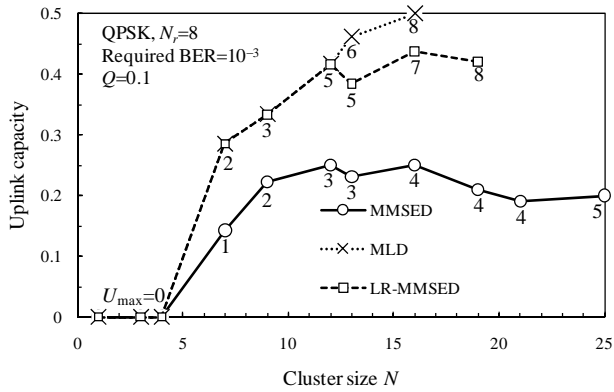


(b)MMSED

図3 BER アウテージ確率



(a)ZFD



(b)MMSE

図 4 上りリンク容量

5. まとめ

本論文では、セルラシステムでの上りリンクマルチユーザ MIMO に格子基底縮小を導入した信号検出を用いたときのアウトエージ確率およびリンク容量を計算機シミュレーションにより明らかにした。格子基底縮小を用いることで、受信アンテナ本数に等しい次数のダイバーシチオーダが得られるようになり、上りリンク容量を大きく改善できる。達成可能なリンク容量は MLD から若干劣化した程度で、それと同時に演算量を MLD よりも大幅に削減できる。

今後は周波数選択性チャネルでの OFDM 上りリンクマルチユーザ MIMO の信号検出に格子基底縮小を導入したときのアウトエージ確率およびリンク容量について検討する予定である。

付 録

行列 $\mathbf{h}_0 = [\mathbf{h}_{0,0} \ \dots \ \mathbf{h}_{0,U-1}]$ の格子 $L(\mathbf{h}_0)$ は次式で定義される。

$$L(\mathbf{h}_0) = L(\mathbf{h}_{0,0}, \dots, \mathbf{h}_{0,U-1}) \equiv \sum_{k=0}^{U-1} x_k \mathbf{h}_k, \quad x \in \mathbf{Z} \quad (\text{A.1})$$

ここで、 $\mathbf{h}_{0,0}, \dots, \mathbf{h}_{0,U-1}$ は \mathbf{h}_0 の列ベクトルであり、格子基底と呼ばれる。また、 \mathbf{Z} は整数全体を表す集合である。

LLL アルゴリズムは格子基底縮小を実現する方法の 1 つである。まず、MIMO チャネル行列 \mathbf{h}_0 に QR 分解を施し、 $\mathbf{h}_0 = \mathbf{Q}\mathbf{R}$ とする。 \mathbf{Q} は $\mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = \mathbf{I}_U$ を満たす $N_r \times U$ 行列、 \mathbf{R} は $U \times U$ 上三角行列である。 \mathbf{Q} の第 k 列ベクトルを \mathbf{Q}_k 、 \mathbf{R} の第 l 行第 k 列の要素を $R_{l,k}$ とすると、 \mathbf{Q} および \mathbf{R} は次式で得られる [11]。

$$R_{l,k} = \begin{cases} \mathbf{Q}_l^H \mathbf{g}_k & \text{if } l \neq k \\ \left\| \mathbf{g}_k - \sum_{l=0}^{k-1} R_{l,k} \mathbf{Q}_l \right\| & \text{if } l = k \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{Q}_k = \frac{1}{R_{k,k}} \left(\mathbf{g}_k - \sum_{l=0}^{k-1} R_{l,k} \mathbf{Q}_l \right) \quad (\text{A.3})$$

LLL アルゴリズムでは、 \mathbf{Q} と \mathbf{R} を入力として与え、 $N_r \times U$ 行列 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 、 $U \times U$ 行列 $\tilde{\mathbf{R}}$ 、 $U \times U$ 行列 \mathbf{T} が出力として得られる。 $\tilde{\mathbf{R}}$ の要素は以下の 2 つの式を満たす。

$$|\tilde{R}_{l,k}| \leq \frac{1}{2} |\tilde{R}_{l,l}| \quad (0 \leq l < k \leq U-1) \quad (\text{A.4})$$

$$\delta |\tilde{R}_{k-1,k-1}|^2 \leq |\tilde{R}_{k,k}|^2 + |\tilde{R}_{k-1,k}|^2 \quad (k=1, \dots, U-1) \quad (\text{A.5})$$

パラメータ δ の範囲は $1/4 < \delta \leq 1$ であるが、 $\delta=3/4$ がよく用いられており [5][7][12]、本論文でもシミュレーションには $\delta=3/4$ を用いた。

\mathbf{h}_0 とその格子基底が縮小された行列 $\tilde{\mathbf{h}}_0$ は次式で結ばれる [7]。

$$\tilde{\mathbf{h}}_0 = \mathbf{h}_0 \mathbf{T} \quad (\text{A.6})$$

\mathbf{T} は全ての要素がガウス整数であり、且つ行列式が 1 もしくは -1 である行列である。

文 献

- [1] W. C. Jakes, Jr., ed., *Microwave mobile communications*, John Wiley & Sons, New York, 1974.
- [2] Q. H. Spencer, C. B. Peel, A. L. Swindlehurst, and M. Haardt, "An introduction to the multi-user MIMO downlink," *IEEE Commun. Mag.*, Vol.42, No.10, pp.60-67, Oct. 2004.
- [3] S. Sfar, R. D. Murch, and K. B. Letaief, "Layered space-time multiuser detection over wireless uplink systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol.2, no.4, pp.653-668, July 2003.
- [4] E. Biglieri, R. Calderbank, A. Constantinides, A. Goldsmith, A. Paulraj, and H. Vincent Poor, *MIMO Wireless Communications*, Cambridge University Press, 2007.
- [5] A. K. Lenstra, H. W. Lenstra, Jr., and L. Lovasz, "Factoring polynomials with rational coefficients," *Math. Ann.*, Vol. 261, pp. 515-534, 1982.
- [6] M. Taherzadeh, A. Mobasher, and A. K. Khandani, "LLL reduction achieves the receive diversity in

- MIMO decoding,” IEEE Trans. IT., Vol. 53, No. 12, pp. 4801-4805, Dec. 2007.
- [7] D. Wuebben, R. Boehnke, V. Kuehn, and K. D. Kammeyer, “MMSE-based lattice-reduction for near-ML detection of MIMO systems,” ITG workshop on smart antennas, pp. 106-113, Mar. 2004.
- [8] 板垣将志, 武田一樹, 安達文幸, “格子基底縮小を用いるマルチユーザ MIMO 多重に関する一検討,” 信学技報, RCS2009-44, pp.91-96, 2009 年 6 月.
- [9] D. Wuebben, R. Boehnke, V. Kuehn, and K. D. Kammeyer, “MMSE extension of V-BLAST based on sorted QR decomposition,” IEEE Proc. Vehicular Technology Conference (VTC), Vol.1, No.58, pp.508-512, October 2003.
- [10] J. H. Winters, J. Salz, and R. D. Gitlin, “The impact of antenna diversity on the capacity of wireless communication systems,” IEEE Trans. on commun., vol. 42, no.2/3/4, pp. 1740-1751, Feb./Mar./Apr. 1994.
- [11] G. H. Golub, and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, 3rd ed. Baltimore, MD, Johns Hopkins Univ. Press, 1996.
- [12] M. Sandell, A. Lillie, D. McNamara, V. Ponnampalam, and D. Milford, “Complexity study of lattice reduction for MIMO detection,” IEEE WCNC, Mar. 11-15, 2007.
- [13] K. Takeda, H. Tomeba, and F. Adachi, “Performance improvement of joint THP/pre-FDE with lattice reduction using LLL-algorithm,” 11th IEEE ICCS, Guangzhou, China, Nov. 19-21, 2008.
- [14] T. Chiba, K. Takeda, F. Adachi, “Uplink capacity of a single-carrier multi-user MIMO multiplexing in a frequency-selective channel,” The 11th WPMC, Lapland, Finland, Sep. 8-11, 2008.
- [15] J. G. Proakis, *Digital communications*, 4th ed., McGraw-Hill, 2001.