

MIMO-SVD におけるアンテナ毎電力制約条件下での総送信電力最小化

熊谷 慎也¹ 安達 宏一² Sumei SUN² 安達 文幸³

^{1,3} 東北大学大学院 工学研究科 通信工学専攻 〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-05

²Institute for Infocomm Research, A*STAR, 1 Fusionopolis Way, #21-01, Connexis (South Tower), Singapore 138632

E-mail: ¹kumagai@mobile.ecei.tohoku.ac.jp, ²{kadachi, sunsm}@i2r.a-star.edu.sg, ³adachi@ecei.tohoku.ac.jp

あらまし 本報告では、Multiple-Input Multiple-Output (MIMO)伝送において、所要レートを満たしつつアンテナ毎電力制約条件下で総送信電力を最小化する問題について検討している。特異値分解(SVD)を用いて MIMO チャネルを複数の直交ストリーム(固有モード)に変換し、所要のレートを満たすように各固有モードに対して電力配分を行う。まず、最適化問題を定式化し、双対分解を用いて最適解を求める。ただし、最適解を得るためには繰り返しによるラグランジュ乗数の更新が必要となる。そこで、問題の可能領域の観測に基づき最適解の閉形式を求める。数値解析により、閉形式と繰り返しによって得られる解の特性が一致すること、および所要レートを満たしつつ総送信電力を最小化できることを示す。

キーワード MIMO, 電力最小化, アンテナ毎電力制約, 所要レート

Total Transmit Power Minimization under Per-Antenna Power Constraint for MIMO-SVD

Shinya KUMAGAI¹ Koichi ADACHI² Sumei SUN² and Fumiyuki ADACHI³

^{1,3}Dept. of Communications Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University

6-6-05 Aza-Aoba, Aramaki, Aoba-ku, Sendai, Miyagi, 980-8579, Japan

²Institute for Infocomm Research, A*STAR, 1 Fusionopolis Way, #21-01, Connexis (South Tower), Singapore 138632

E-mail: ¹kumagai@mobile.ecei.tohoku.ac.jp, ²{kadachi, sunsm}@i2r.a-star.edu.sg, ³adachi@ecei.tohoku.ac.jp

Abstract This paper considers a total transmit power minimization problem under per-antenna power constraint and sum-rate requirement for multiple-input multiple-output (MIMO) transmission. The singular-value decomposition (SVD) creates multiple orthogonal spatial streams. Then, transmit power is allocated to each stream in order to satisfy the sum-rate requirement. We formulate the optimization problem and solve it by Lagrangian dual decomposition which requires an iterative update of Lagrangian multipliers. To avoid such an iterative update, we find a closed-form optimal solution by observing a feasible region. We show by numerical analysis that the closed-form solution gives the same performance as that of the iterative algorithm and that the total transmit power is minimized while the sum-rate requirement is satisfied.

Keyword MIMO, power minimization, per-antenna power constraint, rate requirement

1. まえがき

特異値分解(SVD: Singular Value Decomposition)を用いる送受信フィルタリングを行うことで、Multiple-Input Multiple-Output (MIMO)チャネルを複数の直交ストリーム(固有モード)に変換することが可能である。総送信電力制約条件下では、上記の固有モードに対し注水定理に基づく電力配分を行うことで、MIMO チャネルのデータレートを最大化(すなわちチャネル容量を達成)できることが知られている [1], [2]。しかし、上記の電力配分を行うためには送信アンテナ間で送信電力を共有できなければならない。実際には、各送信アンテナは独立の高周波(RF: Radio Frequency)回路および電力増幅器を有しており、総送信電力制約

条件よりもアンテナ毎送信電力制約条件のほうが現実的である。これまで、アンテナ毎電力制約条件下において、レート最大化に関する検討が報告されている [3]-[6]。最適な送信フィルタリングまたは固有モードに対する最適な電力配分が導出されているが、いずれもラグランジュ乗数の関数となっており、最適解を得るためには繰り返しによるラグランジュ乗数の更新が必要となる。また別の検討では、アンテナ毎電力制約条件下において、送信フィルタの入力と受信フィルタの出力間の平均二乗誤差(MSE: Mean Squared Error)の最小化について検討している [7]。最適な送信フィルタリング法と電力配分を凸最適化問題として定式化している。しかし、上記のどの手法においても所要の

Quality of Service (QoS)を考慮していない。したがって、所要 QoS が要求されるシステムにおいて、所要 QoS 条件およびアンテナ毎電力制約条件を考慮した検討を行う必要がある。

近年、二酸化炭素排出量の削減が、無線通信を含む様々な技術領域において注目を集めている[8]。したがって、送信電力低減はデータレート増加や伝送品質改善と同様に非常に重要である。以上より、所要 QoS を満たしつつ電力消費を低減するグリーン無線技術について検討を行う。

本報告では特に、MIMO-SVDにおいて、アンテナ毎電力制約条件および所要レート条件下で総送信電力を最小化する問題について検討している。まず、上記の最適化問題を定式化し、双対分解[9]を用いて固有モードに対する最適電力配分を求める。ただし、最適電力配分はラグランジュ乗数の関数となっており、最適解を得るためには繰り返しによるラグランジュ乗数の更新が必要となる。したがって、チャンネル行列の階数が2のときについて、最適化問題の可能領域(feasible region)の観測に基づき、繰り返しを必要としない最適解の閉形式を求める。数値解析により、閉形式と繰り返しによって得られる解の特性が一致すること、および所要レートを満たしつつ総送信電力を最小化できることを示す。

本報告の構成は以下のとおりである。第2章では、本報告で想定する MIMO-SVD の伝送系を示す。第3章では、アンテナ毎電力制約条件および所要レート条件下で総送信電力を最小化する最適化問題を定式化し、双対分解を用いて固有モードに対する最適電力配分を導出する。第4章ではチャンネル行列の階数が2のときについて、最適化問題の可能領域の例を示し、最適解を閉形式で表す。第5章では数値計算結果を示し、第5章でまとめる。

表記法: $E[\cdot]$ および $[\cdot]^H$ はそれぞれアンサンブル平均およびエルミート転置を表す。 $(x)^+$ は $\max(0, x)$ を表す。 \mathbf{I}_N は $N \times N$ の単位行列であり、 $\mathbf{0}_{N \times M}$ は $N \times M$ の零行列である。

2. 伝送モデル

N_t 本の送信アンテナと N_r 本の受信アンテナを有するシングルユーザ MIMO 伝送を仮定する。チャンネル情報(CSI: Channel State Information)は送受信機で理想的に得られるものとする。

受信信号ベクトル $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ は次式で表される。

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{z}, \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ は第 (n_r, n_t) 要素に第 n_t 送信アンテナと第 n_r 受信アンテナ間の複素パス利得を有するチャンネル行列であり、 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ は送信信号ベクトル、 $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ は各要素に零平均で分散 $2\sigma^2$ の複素ガウス変数を有する雑音ベクトルである。

MIMO-SVD では、次式で示すように、送受信フィルタリングによってMIMOチャンネル \mathbf{H} を互いに直交した固有モードに変換する。

$$\mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H \\ \mathbf{U}_2^H \end{bmatrix} \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\Lambda} & \mathbf{0}_{G \times (N_r - G)} \\ \mathbf{0}_{(N_r - G) \times G} & \mathbf{0}_{(N_r - G) \times (N_r - G)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ および $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ はそれぞれ \mathbf{H} の左および右特異ベクトルを各列に有するユニタリ行列である。 $\mathbf{U}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times G}$ および $\mathbf{V}_1 \in \mathbb{C}^{N_t \times G}$ はそれぞれ \mathbf{H} の列空間および行空間を表し、 $\mathbf{U}_2 \in \mathbb{C}^{N_r \times (N_r - G)}$ および $\mathbf{V}_2 \in \mathbb{C}^{N_t \times (N_t - G)}$ はそれぞれ \mathbf{H} の左零空間および右零空間を表す行列である。ここで、 G は \mathbf{H} の階数である。 $\Lambda \in \mathbb{R}^{G \times G}$ は第 $g(=1 \sim G)$ 対角要素に \mathbf{H} の第 g 特異値の2乗値を有する対角行列である。

送信信号ベクトル \mathbf{x} は、次式で示すようにデータシンボルベクトル $\mathbf{d} \in \mathbb{C}^{G \times 1}$ に送信フィルタリングを適用することで得られる。

$$\mathbf{x} = \mathbf{V}_1 \sqrt{\mathbf{P}} \mathbf{d} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{G \times G}$ は各固有モードへの電力配分を与える対角行列である。

固有モード伝送は、次式で示すように受信信号ベクトル \mathbf{y} に受信フィルタリングを適用することで達成される。

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{U}_1^H \mathbf{y} = \sqrt{\Lambda} \mathbf{P} \mathbf{d} + \hat{\mathbf{z}} \quad (4)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{z}} \in \mathbb{C}^{G \times 1}$ は等価雑音ベクトルであるが、各要素の分散はユニタリ変換のため変わらず $2\sigma^2$ のままである。

式(4)より、レート $R(\text{bps/Hz})$ は次式で表される[1]。

$$R = \sum_{g=1}^G \log_2 \left(1 + \frac{\Lambda_g P_g}{2\sigma^2} \right) \quad (5)$$

ここで、 Λ_g および P_g はそれぞれ Λ および \mathbf{P} の第 g 対角要素である。また、 $E[\mathbf{d}\mathbf{d}^H] = \mathbf{I}_G$ および $E[\hat{\mathbf{z}}\hat{\mathbf{z}}^H] = 2\sigma^2 \mathbf{I}_G$ を用いた。

3. アンテナ毎電力制約条件および所要レート条件下での総送信電力最小化

アンテナ毎電力制約条件および所要レート条件下での総送信電力最小化問題は次式で定式化される。

$$(P0) \quad \min_{\mathbf{P}} P_{\text{total}} = \sum_{n_t=1}^{N_t} \sum_{g=1}^G |V_{n_t, g}|^2 P_g \quad (6a)$$

$$\text{s.t.} \quad 0 \leq \sum_{g=1}^G |V_{n_t, g}|^2 P_g \leq P_{\max, n_t}, \quad \forall n_t \quad (6b)$$

$$R \geq R_{\text{req}} \quad (6c)$$

ここで、 $V_{n_t, g}$ は \mathbf{V}_1 の第 (n_t, g) 要素である。制約条件(6b)

は各アンテナの送信電力が最大値 $P_{\max n_i}$ 以下となるよう制限し、制約条件(6c)はレートが所要値 R_{req} 以上となるよう保証する。

$\sum_{n_i=1}^{N_i} \sum_{g=1}^G |V_{n_i,g}|^2 P_g = \sum_{g=1}^G P_g \sum_{n_i=1}^{N_i} |V_{n_i,g}|^2 = \sum_{g=1}^G P_g$ より、最適化問題(P0)は次式で書き直される。

$$(P1) \quad \min_{\mathbf{P}} P_{total} = \sum_{g=1}^G P_g \quad (7)$$

s.t. (6b) and (6c)

最適化問題(P1)のラグランジュ関数 $L(\{P_g\}, \{v_{n_i}\}, \mu)$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} & L(\{P_g\}, \{v_{n_i}\}, \mu) \\ &= \sum_{g=1}^G P_g - \sum_{n_i=1}^{N_i} v_{n_i} \left(P_{\max n_i} - \sum_{g=1}^G |V_{n_i,g}|^2 P_g \right) \\ & \quad - \mu \left\{ \sum_{g=1}^G \log_2 \left(1 + \frac{\Lambda_g P_g}{2\sigma^2} \right) - R_{req} \right\} \\ &= \sum_{g=1}^G \left\{ P_g + \underbrace{\sum_{n_i=1}^{N_i} v_{n_i} |V_{n_i,g}|^2 P_g - \mu \sum_{g=1}^G \log_2 \left(1 + \frac{\Lambda_g P_g}{2\sigma^2} \right)}_{=U(P_g, \{v_{n_i}\}, \mu)} \right\} \\ & \quad - \sum_{n_i=1}^{N_i} v_{n_i} P_{\max n_i} + \mu R_{req}, \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $v_{n_i} (\geq 0)$, $n_i=1 \sim N_i$, および $\mu (\geq 0)$ はラグランジュ乗数である。

したがって、部分問題は次式で表される。

$$\min_{P_g} U(P_g, \{v_{n_i}\}, \mu) \quad \text{s.t. } P_g \geq 0 \quad (9)$$

$U(P_g, \{v_{n_i}\}, \mu)$ は凸関数であるため、部分問題(9)は唯一解をもち、最適解は次式を満足するときに得られる。

$$\frac{\partial U(P_g, \{v_{n_i}\}, \mu)}{\partial P_g} = 0 \quad (10)$$

したがって、部分問題の最適解 P_g^* は次式で与えられる。

$$P_g^* = \left(\frac{\mu}{1 + \sum_{n_i=1}^{N_i} v_{n_i} |V_{n_i,g}|^2} - \frac{2\sigma^2}{\Lambda_g} \right)^+ \quad (11)$$

式(11)より、 P_g^* はラグランジュ乗数 v_{n_i} および μ の関数であることがわかる。主問題では次式で表される最適化問題の最適解を求める。

$$\begin{aligned} & \max_{\{v_{n_i}\}, \mu} \sum_{g=1}^G U(P_g^*, \{v_{n_i}\}, \mu) - \sum_{n_i=1}^{N_i} v_{n_i} P_{\max n_i} + \mu R_{req} \\ & \text{s.t. } v_{n_i} \geq 0 \quad \forall n_i, \mu \geq 0. \end{aligned} \quad (12)$$

v_{n_i} および μ の最適値を得るために、次式で表される勾配法[9]を用いて v_{n_i} および μ の更新を行う。

$$v_{n_i}(t+1) = \left\{ v_{n_i}(t) - \Delta_{v_{n_i}} \left(P_{\max n_i} - \sum_{g=1}^G |V_{n_i,g}|^2 P_g^* \right) \right\}^+ \quad (13a)$$

$$\mu(t+1) = \left\{ \mu(t) - \Delta_{\mu} (R - R_{req}) \right\}^+ \quad (13b)$$

ここで、 t は繰り返しのインデックスであり、 $\Delta_{v_{n_i}}$ および Δ_{μ} は任意の正数のステップサイズである。更新を十分回数行うことで v_{n_i} および μ が最適値に収束し、主問題の最適 P_g^* が得られる。

しかし、本手法では最適解を得るためにラグランジュ乗数を繰り返し更新する必要がある。したがって、次章では繰り返しを必要としない最適解の閉形式を求める。

4. 可能領域の観測に基づく閉形式

図1に $G=2$ (すなわち $N_r \geq N_t \geq 2$) における最適化問題(P1)の可能領域の一例を示す。制約条件(6c)は所要レートを達成する最小電力を与えるため、図1より、最適解は制約条件(6c)上に存在することがわかる。したがって、目的関数(7)と制約条件(6c)の接点Aが最適点となる。しかし、可能領域はチャネル状態によって変動するため、最適解について場合分けを考える必要がある。

一般性を失うことなく $\Lambda_1 > \Lambda_2$ と仮定する。このとき、各固有モードに等電力配分を行うと第1固有モードのほうが第2固有モードよりも高いレートを達成できる(すなわち、電力消費の観点から見ると第1固有モードのほうが第2固有モードよりも高効率である)。したがって、所要レート条件下で総送信電力を最小化するためには、第2固有モードよりも第1固有モードにより多くの電力が割り当てられるはずである(すなわち $P_1^* \geq P_2^*$)。ここで、図1中の点Bは制約条件(6c)と、 N_t 本の制約条件(6b)の中で最も小さな $P_1(\{n_i\}, P_2=0)$ ($P_2=0$ としたときの P_1 の最小値。すなわち $\min\{P_1(n_i=1, P_2=0), \dots, P_1(n_i=N_t, P_2=0)\} = \min(f_1, \dots, f_{N_t})$) をもつ直線との交点である。点Cは制約条件(6c)と P_1 軸との交点である。点A~Cの3点の関係性がチャネル状態により変動するため、以下の3つの場合の最適解を考える。

以下の可能領域の観測により、 $G=2$ の場合について最適解を繰り返しを必要としない閉形式で表せる。本手法は容易に任意の G の場合に拡張でき、同様の手法により最適解を得ることができる。

A. 電力制約条件がアクティブでない2固有モード伝送

図2(a)より、目的関数(7)は点Aで可能領域に接するため、点Aが最適点だとわかる。式(6c)(等号成立)は次式で書き直される。

$$P_2 = \frac{4\sigma^4 2^{R_{req}}}{\Lambda_2(\Lambda_1 P_1 + 2\sigma^2)} - \frac{2\sigma^2}{\Lambda_1} \quad (14)$$

ここで、式(14)の P_1 についての二次導関数は $8\sigma^4 2^{R_{req}} \Lambda_1^2 / \Lambda_2 (\Lambda_1 + 2\sigma^2)^3 > 0$ である。

式(14)は P_1 に関して凸関数であるため、目的関数(7)が式(14)を下から支える唯一点 A が存在する。点 A では式(14)の傾き ($=\partial P_2 / \partial P_1$) が目的関数(7)の傾き (すなわち -1) と等しくなる。 $\partial P_2 / \partial P_1 = -1$ を解くことにより、最適 P_1^* および P_2^* は次式で与えられる。

$$P_1^* = 2\sigma^2 \sqrt{\frac{2^{R_{req}}}{\Lambda_1 \Lambda_2}} - \frac{2\sigma^2}{\Lambda_1}, \quad P_2^* = 2\sigma^2 \sqrt{\frac{2^{R_{req}}}{\Lambda_1 \Lambda_2}} - \frac{2\sigma^2}{\Lambda_2} \quad (15)$$

本ケースでは、2つの固有モードがともに用いられ、電力制約条件(6b)がアクティブとならない。

B. 電力制約条件のうち1つがアクティブな 2 固有モード伝送

図 2(b)より、目的関数(7)は点 B で可能領域に接するため、点 B が最適点だとわかる。 $\min(f_1, \dots, f_{N_t}) = f_{n_t}$ とすると、最適 P_1^* および P_2^* は次式で与えられる。

$$\begin{cases} P_1^* = \frac{-S + \sqrt{S^2 + 4\Lambda_1 \frac{|V_{n_t,1}|^2}{|V_{n_t,2}|^2} \left\{ \frac{P_{\max n_t}}{|V_{n_t,2}|^2} + \frac{4\sigma^4}{\Lambda_2} (1 - 2^{R_{req}}) \right\}}}{2\Lambda_1 \frac{|V_{n_t,1}|^2}{|V_{n_t,2}|^2}} \\ P_2^* = -\frac{|V_{n_t,1}|^2}{|V_{n_t,2}|^2} P_1^* + \frac{P_{\max n_t}}{|V_{n_t,2}|^2} \end{cases} \quad (16)$$

ここで、 $S = 2\sigma^2 |V_{n_t,1}|^2 / |V_{n_t,2}|^2 - \Lambda_1 P_{\max n_t} / |V_{n_t,2}|^2 - 2\sigma^2 \Lambda_1 / \Lambda_2$ である。

本ケースでは、2つの固有モードがともに用いられるが、電力制約条件(6b)のうち1つがアクティブとなる。

C. 電力制約条件がアクティブでない 1 固有モード伝送

図 2(c)より、目的関数(7)は点 C で可能領域に接するため、点 C が最適点だとわかる。最適 P_1^* および P_2^* は次式で与えられる。

$$P_1^* = \frac{2\sigma^2}{\Lambda_1} (2^{R_{req}} - 1), \quad P_2^* = 0 \quad (17)$$

ここで、式(17)で与えられる最適解は $P_1^* \leq \min(P_{\max,1} / |V_{1,1}|^2, \dots, P_{\max, N_t} / |V_{N_t,1}|^2)$ のときのみ成立する。

本ケースでは、上述のパターン A および B と異なり、1つの固有モードだけが用いられる。また、電力制約条件(6b)はアクティブとならない。

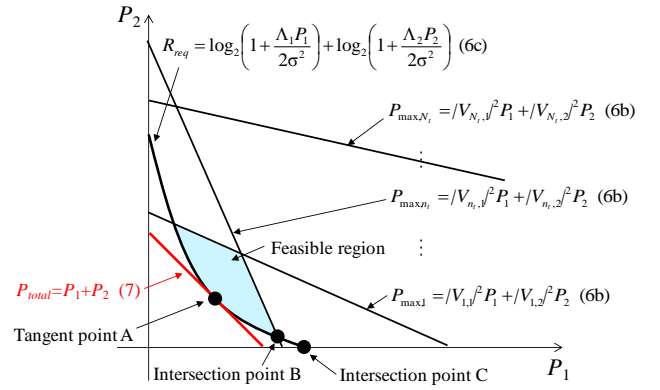
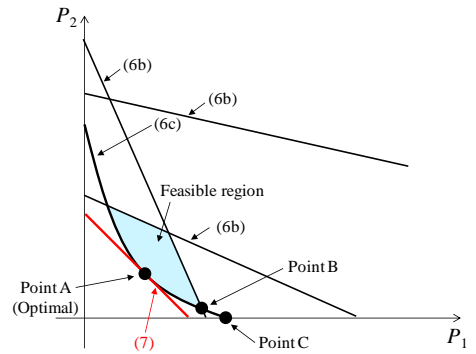
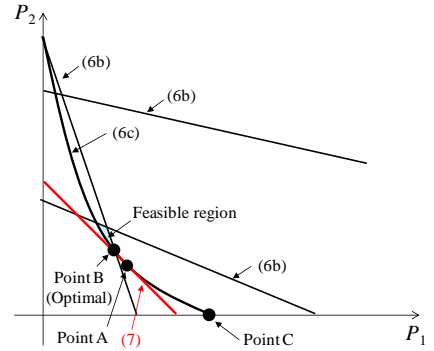


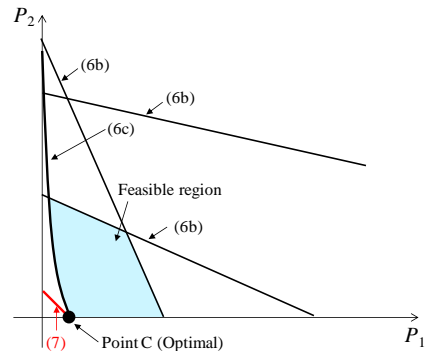
図 1 可能領域の一例 ($\min(f_1, \dots, f_{N_t}) = f_{n_t}$)



(a) パターン A



(b) パターン B



(c) パターン C

図 2 最適解のパターン

5. 数値計算結果

$N_t=N_r=G=2$, $R_{req}=5(\text{bps/Hz})$ とし, 各送受信アンテナ間のフェージングは互いに無相関のレイリー分布に従うと仮定する. 簡単のため, 伝搬損失とシャドウイング損失の影響は考慮しないものとする(すなわち, 各送受信アンテナ間の平均受信信号電力と平均送信信号電力は等しいものとする).

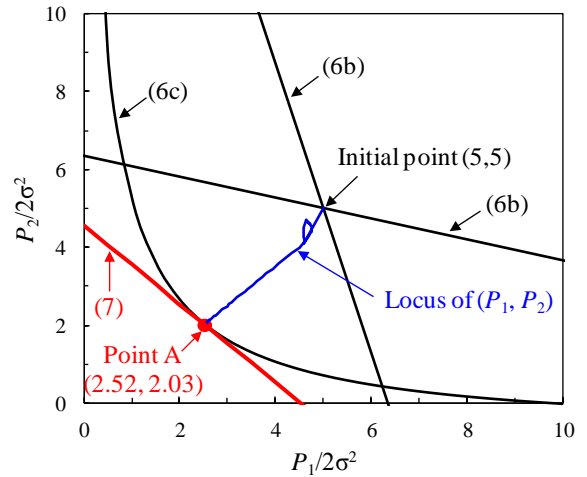
図3に, 式(11), (13a)および(13b)で表される勾配法を用いたときの (P_1, P_2) の軌跡(図3(a))と v_n および μ の更新過程(図3(b))の一例を示す. ここで, ステップサイズ $\Delta_\mu = \Delta_{v_1} = \Delta_{v_2} = 0.1$, $P_{\max,1}/2\sigma^2 = P_{\max,2}/2\sigma^2 = 5$ とした. また, 初期値はそれぞれ $(P_1/2\sigma^2, P_2/2\sigma^2) = (5, 5)$ および $(\mu, v_1, v_2) = (10, 1, 1)$ とした. 図3(a)より, (P_1, P_2) が式(15)で与えられる点Aへ収束することがわかる. この結果より, 第4章で行った可能領域の観測の妥当性が確認された. 式(8)で与えられるラグランジュ関数において, 最適点においては相補性条件(Complementary Slackness)を満たす必要がある. 図3(a)は第4章のパターンAに該当するため, 電力制約条件(6b)がアクティブとならない. そのため式(13a)の更新により v_n は全て零へ収束する. このとき, 式(11)の右辺第1項が大幅に更新されるため, P_1 および P_2 が大幅に更新される. 図3(b)より, まず v_2 が零になることがわかる. これが図3(a)の (P_1, P_2) の軌跡において, P_2 が急激に増加する点である. 次に v_1 が零になり, P_2 が急激に減少する. これにより (P_1, P_2) の軌跡がループを描く. その後 μ が最適値に収束し, (P_1, P_2) が点Aへ収束する.

図4(a)に, 提案電力配分(Min Power: 閉形式および勾配法)が所要レート条件を満たせない確率(すなわち, レートが5bps/Hz未滿となる確率)を示す. また, 図4(b)に, 雑音の分散で正規化した所要総送信電力を示す. ここで, $P_{\max,1} = P_{\max,2} = P_{\max}/2$ とした. 比較として, アンテナ毎電力制約条件下でのレート最大化(Max Rate: 詳細は付録に記載)を目的とする電力配分および等電力配分(すなわち $P_1 = P_2 = P_{\max}/2$)の特性も併記する. ここで, Min Power(勾配法)において $\Delta_\mu = \Delta_{v_1} = \Delta_{v_2} = 0.1$, Max Rateにおいて $\Delta_{v_1} = \Delta_{v_2} = 0.0001$ とした. 図4より, Min Powerにおいて閉形式と繰り返しによって得られる解の特性が一致することが確認された.

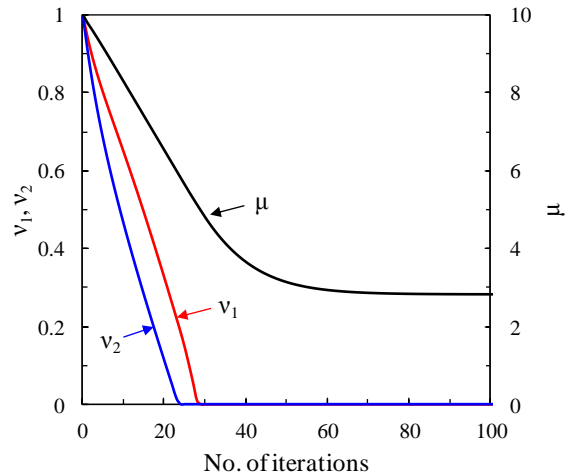
また, 図4より, レートが5bps/Hz未滿となる確率は全ての電力配分で等しいが, 総送信電力に関してはMin PowerがMax Rateおよび等電力配分よりも低減できることがわかる. 例えば, $P_{\max}/2\sigma^2 = 20\text{dB}$ のとき, Min PowerはMax Rateおよび等電力配分よりも総送信電力を約11dB低減できる. これは, Min Powerは所要レートを満たす分だけ送信電力を配分するが, Max Rateおよび等電力配分は所要レートの値に関わらず最大送信電力で送信するためである. したがって, レート向上よりも電力低減が重要なシステムにおいては,

Max RateよりもMin Powerが適している.

また, 図4より, Max Rateが等電力配分とほぼ等しい特性を有していることがわかる. Max Rateの可能領域は, 式(A.1b)(式(6b)と等しい)で表されるアンテナ毎の電力制約条件で与えられる. したがって, $N_t=2$ 本の電力制約条件の交点で高確率にレートが最大化される. $|V_{1,1}|^2 = |V_{2,2}|^2$ かつ $|V_{1,2}|^2 = |V_{2,1}|^2$ であるため, $P_{\max,1} = P_{\max,2}$ のとき上述の交点で $P_1 = P_2$ となる. したがって, Max Rateの特性は等電力配分とほぼ等しくなる.

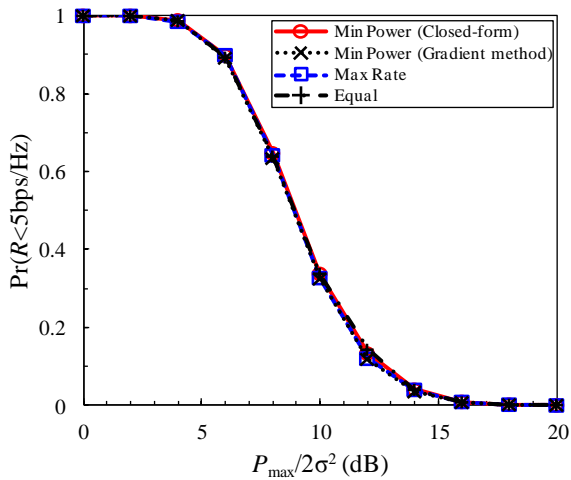


(a) (P_1, P_2) の軌跡

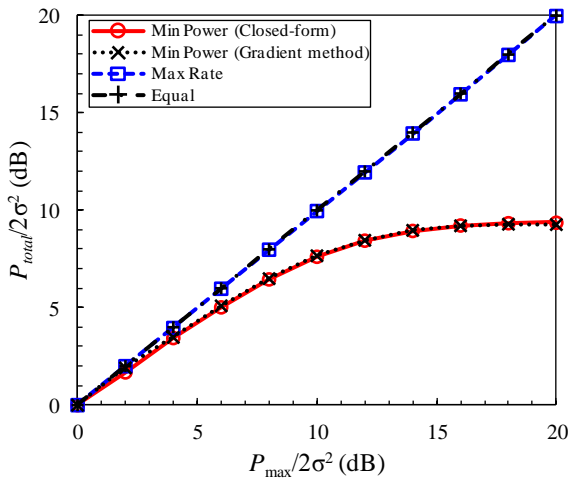


(b) v_n および μ の更新過程

図3 勾配法による更新



(a) 未達成確率



(b) 総送信電力

図4 Min Power と Max Rate の比較

6. むすび

本報告では、MIMO-SVDにおいて、アンテナ毎電力制約条件および所要レート条件下で総送信電力を最小化する問題について検討を行った。まず、双対分解を用いて固有モードに対する最適電力配分を導出した。ただし、最適解を得るためには繰り返しによるラグランジュ乗数の更新が必要となる。したがって、 $G=2$ のときについて、最適化問題の可能領域の観測に基づき、繰り返しを必要としない閉形式で最適解を導出した。数値解析により、閉形式と繰り返しによって得られる解の特性が一致すること、および所要レートを満たしつつ総送信電力を最小化できることを示した。

広帯域シングル/マルチキャリア伝送への拡張は今後の重要な検討課題である。

文献

- [1] E. Biglieri, R. Calderbank, A. Constantinides, A. Goldsmith, A. Paulraj, and H. V. Poor, *MIMO Wireless Communications*, Cambridge University Press, 2007.
- [2] I. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 10, no. 6, pp. 585-595, Nov./Dec. 1999.
- [3] M. Vu, "MIMO capacity with per-antenna power constraint," in *Proc. of 2011 IEEE Global Telecommunication Conference (GLOBECOM 2011)*, Dec. 2011.
- [4] Z. Pi, "Optimal MIMO transmission with per-antenna power constraints," in *Proc. of 2012 IEEE Global Telecommunication Conference (GLOBECOM 2012)*, Dec. 2012.
- [5] I-T. Lu and J. Li, "Novel rank-constrained maximum capacity MIMO designs under practical per-antenna power constraint," in *Proc. of 34th IEEE Sarnoff Symposium*, May 2011.
- [6] L. Sun, P. Li, M. R. McKay, and R. D. Murch, "Capacity of MIMO systems with mutual coupling: transmitter optimization with dual power constraints," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 2, pp. 848-861, Feb. 2012.
- [7] C.-C. Weng and P. P. Vaidyanathan, "Per-antenna power constrained MIMO transceivers optimized for BER," in *Proc. of 42th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Oct. 2008.
- [8] G. Y. Li, Z. Xu, C. Xiong, C. yang, S. Zhang, Y. Chen, and S. Xu, "Energy-efficient wireless communications: tutorial, survey, and open issues," *IEEE Wireless Commun. Mag.*, vol. 16, no. 6, pp. 28-35, Dec. 2011.
- [9] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge, 2006.

付録：アンテナ毎電力制約条件下でのレート最大化

アンテナ毎電力制約条件下でのレート最大化問題は次式で定式化される。

$$(P2) \quad \max_{\mathbf{P}} R = \sum_{g=1}^G \log_2 \left(1 + \frac{\Lambda_g P_g}{2\sigma^2} \right) \quad (A.1a)$$

$$\text{s.t. } 0 \leq \sum_{g=1}^G |V_{n_i, g}|^2 P_g \leq P_{\max, n_i}, \quad \forall n_i \quad (A.1b)$$

第3章と同様にして、最適解は次式で表される。

$$P_g^* = \left\{ \left(\sum_{n_i=1}^{N_i} v_{n_i} |V_{n_i, g}|^2 \right)^{-1} - \frac{2\sigma^2}{\Lambda_g} \right\}^+ \quad (A.2a)$$

$$v_{n_i}(t+1) = \left\{ v_{n_i}(t) - \Delta_{v_{n_i}} \left(P_{\max, n_i} - \sum_{g=1}^G |V_{n_i, g}|^2 P_g^* \right) \right\}^+ \quad (A.2b)$$

更新を十分回数行うことで、 v_{n_i} が最適値に収束し、最適 P_g^* が得られる。