

周波数選択性チャネルにおける MIMO チャネル容量の考察

Study on MIMO Channel Capacity in A Frequency-selective Channel

安達 文幸[†] 安達 宏一[‡] 小島 洋平[†] 武田 一樹[†]
 Fumiyuki Adachi Koichi Adachi Yohei Kojima Kazuki Takeda

[†]東北大学大学院工学研究科 電気・通信工学専攻 [‡]慶應義塾大学大学院理工学研究科 開放環境科学専攻

1. まえがき

限られた無線帯域幅で超高速無線伝送を可能とする無線技術がマルチ送受信アンテナ(MIMO)多重技術であり、最近研究が活発に行われ[1]、実験による実証も行われている[2]。MIMO 多重では、送信アンテナ数を増やすことによりチャネル容量を増大できるが、受信アンテナ数を超える送信アンテナを用いた場合 MIMO チャネル容量は受信アンテナ数で制限されてしまうため、チャネル容量は飽和してしまう[3]。したがって、一般的には受信アンテナ数と等しいかそれより少ない数の送信アンテナが用いられる。ところで、無線チャネルは遅延時間の異なる多数のパスで構成される。これらを受信アンテナとみなして受信信号を分離検出するような MIMO 信号検出法を用いることができれば、等価受信アンテナ数を大きくできるから、送信アンテナの数を実際の受信アンテナ数以上にすることができ、周波数非選択性チャネル(1パス)のときよりチャネル容量を大きくできる。

本稿では、大数の法則が成立する程度に多数の送受信アンテナを用いるときの周波数選択性チャネルにおける MIMO 多重のチャネル容量の近似式を導出している。そして、周波数非選択性チャネルよりチャネル容量を大きくできる可能性があることを指摘し、MIMO 多重信号検出法の一例を示している。

2. MIMO チャネル容量

送信アンテナ数を N_t 、受信アンテナ数を N_r とし、MIMO チャネルはパス数が L の一様電力遅延プロファイルを有する周波数選択性チャネルであるとする。このとき、受信側では L 個のパスを分離し、各パスに含まれる他アンテナ干渉を除去し、希望送信アンテナから送信された信号を全てのパスおよび受信アンテナに関して最大比合成することを考える。このような MIMO チャネルは、送信アンテナ数が N_t で、受信アンテナ数が等価的に $L \cdot N_r$ の MIMO チャネルとみなすことができる。このときのチャネル容量 C (bps/Hz) は次式で計算できる[4]。

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{(L \cdot N_r) \times (L \cdot N_r)} + \frac{\Gamma}{N_t} \mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t} \mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}^H \right) \quad (1)$$

$$= \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_t \times N_t} + \frac{\Gamma}{N_t} \mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}^H \mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t} \right)$$

ここで、 Γ は、 N_t 本の送信アンテナから送信された信号の(1受信アンテナあたりの)平均受信電力と雑音電力との比(平均 SNR)である。

$\mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}^H \mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}$ のランク数は $M = \min(N_t, (L \cdot N_r))$ で与えられる。周波数選択性の強いチャネルでは、ほとん

どの場合、 $N_t < L \cdot N_r$ であるから $M = N_t$ になる。ユニタリ行列 $\mathbf{U}_{N_t \times N_t}$ を用いて $\mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}^H \mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}$ を次式のように固有値分解する。

$$\mathbf{U}_{N_t \times N_t}^H \left(\mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}^H \mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t} \right) \mathbf{U}_{N_t \times N_t} = \mathbf{\Lambda}_{N_t \times N_t} = \begin{pmatrix} \lambda_0 & & & \\ & \lambda_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_{N_t-1} \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $\{\lambda_m : m = 0 \sim N_t - 1\}$ は $\mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}^H \mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}$ の非負の固有値である。これより次式が得られる。

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_t \times N_t} + \frac{\Gamma}{N_t} \mathbf{\Lambda}_{N_t \times N_t} \right) \quad (3)$$

$$= \log_2 \prod_{m=0}^{M-1} \left(1 + \frac{\Gamma}{N_t} \lambda_m \right) = \sum_{m=0}^{M-1} \log_2 \left(1 + \frac{\Gamma}{N_t} \lambda_m \right)$$

固有値の和は $\mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}^H \mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}$ のトレースに等しい[5]から

$$\sum_{m=0}^{M-1} \lambda_m = \text{tr} \left(\mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t}^H \mathbf{H}_{(L \cdot N_r) \times N_t} \right) = \sum_{n_t=0}^{N_t-1} \sum_{n_r=0}^{N_r-1} |h_{n_r, n_t}|^2 \quad (4)$$

ここで、 $E[|h_{n_r, n_t}|^2] = 1/L$ である。さて、 $N_t \cdot L \cdot N_r$ が 1 より十分に大きい (L が大きければ十分成立する) と仮定すると、大数の法則[6]より次式が得られる。

$$\sum_{m=0}^{M-1} \lambda_m = \sum_{n_t=0}^{N_t-1} \sum_{n_r=0}^{N_r-1} |h_{n_r, n_t}|^2 \cong \frac{1}{L} \times N_t \cdot L \cdot N_r = N_t \cdot N_r \quad (5)$$

一様電力遅延プロファイルのとき、固有値は全て等しいと考えることができるから

$$\lambda_m = \frac{N_t \cdot N_r}{\min(N_t, (L \cdot N_r))} \quad (6)$$

となる。式(6)を式(3)に代入すれば、次式のような MIMO チャネル容量の近似式が得られる。

$$C = \sum_{m=0}^{M-1} \log_2 \left(1 + \Gamma \frac{N_r}{\min(N_t, (L \cdot N_r))} \right) \quad (7)$$

$$= \min(N_t, (L \cdot N_r)) \log_2 \left(1 + \Gamma \frac{N_r}{\min(N_t, (L \cdot N_r))} \right)$$

3. 考察

以下のことが式(7)より導かれる。

- (1) 周波数非選択性チャンネル($L=1$): 送信アンテナ数 N_t を N_r 以上に多くしてもチャンネル行列のランクは $M=N_r$ で抑えられるから, MIMO チャンネル容量は変わらない。
- (2) 周波数選択性チャンネル($L>1$): 送信アンテナ数 N_t を $L \cdot N_r$ 本まで増やせるから, 送信アンテナ数を N_r にしかできない周波数非選択性チャンネルのときより MIMO チャンネル容量を大きくできる。

周波数選択性チャンネル($L \geq N_t/N_r$)のときと周波数非選択性($L=1$)のときの MIMO チャンネル容量を図 1 にプロットした。 $N_r=4$ とし, 平均 SNR を $\Gamma=10\text{dB}$ とした。図 1 より, 送信アンテナ数を $N_t=L \cdot N_r$ まで多くできるから, 周波数選択性が強くなればなるほど (つまり, L が大きくなるほど) チャンネル容量を大幅に向上できる。

どのようにすればチャンネルの各パスを等価受信アンテナとみなして信号検出できるかが課題である。考えられる 1 つの方法として, 周波数領域等化(FDE)を用いるシングルキャリア伝送があげられるだろう。まず, 時間領域受信信号を FFT により直交周波数成分に分解した後に, 直交周波数毎に他送信アンテナ干渉(IAI)を並列干渉キャンセラ(PIC)あるいは逐次干渉キャンセラ(SIC)を用いて抑圧する。そして, 非同期パス間の干渉で発生する符号間干渉(ISI)を残留干渉を考慮した 1 タップ適応 MMSE-FDE で抑圧してから IFFT により時間領域信号に戻して信号検出する。この処理の一例を図 2 に示す。このような MIMO 多重信号検出法が文献[7, 8]で提案されている。IAI/ISI の周波数領域キャンセルを繰り返せば, 適応 MMSE 重みは最大比合成(MRC)重みに漸近する。MRC-FDE は, L 個のパスを最大比合成する MRC-Rake と等価であることが知られている[9]。上記の信号検出法ではパス分離を実際には行っていないが, 直交周波数毎に行っている他送信アンテナ干渉キャンセル, 残留干渉を考慮した適応 MMSE-FDE と IFFT による時間領域信号への変換の一連の操作が, パス毎の ISI キャンセルとパス合成操作に相当していると言える。

4. むすび

本稿では, 大数の法則が成立する程度に多数の送受信アンテナを用いるときの周波数選択性チャンネルにおける MIMO 多重のチャンネル容量の近似式を導出した。そして, 各パスを分離し, 他アンテナ干渉をキャンセルした後に合成し信号検出できれば, 周波数非選択性チャンネルよりチャンネル容量を向上できる可能性があることを示した。また, そのような信号検出法の一例を示した。

参考文献

- [1] G. Stüber, J. Barry, S. Mclaughlin, Y. Li, M. Ingram, and T. Pratt, "Broadband MIMO-OFDM wireless communications," Proc. IEEE, Vol.92, No.2, pp.271-294, Feb. 2004.
- [2] H. Taoka, K. Dai, K. Higuchi, and M. Sawahashi, "Field experiments on ultimate frequency efficiency exceeding 30 bit/second/Hz using MLD signal detection in MIMO-OFDM

broadband packet radio access," Proc. IEEE VTC'07-Spring, pp.2129-2134, Apr. 2007.

- [3] T. Ohgane, T. Nishimura, and Y. Ogawa, "Applications of space division multiplexing and those performance in a MIMO channel," IEICE Trans. Commun., Vol.E88-B, No.5, pp.1843-1851, May 2005.
- [4] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," Wireless Personal Commun., Vol.6, No. 3, pp.311-335, Mar. 1998.
- [5] G. A. Korn and T. M. Korn, *Mathematical handbook for scientists and engineers*, Dover Publications, 2000.
- [6] J. G. Proakis and D. Manolakis, *Digital signal processing*, 3rd Ed., Prentice Hall, 1996.
- [7] A. Nakajima and F. Adachi, "Frequency-domain iterative SIC for SC-MIMO multiplexing," Proc. WPMC'05, Aalborg, Denmark, Sept. 2005.
- [8] A. Nakajima and F. Adachi, "Iterative joint PIC and 2D MMSE-FDE for Turbo-coded HARQ with SC-MIMO multiplexing," Proc. IEEE VTC'06-Spring, Melbourne, Australia, May 2006.
- [9] F. Adachi and T. Itagaki, "Frequency-domain rake combining for antenna diversity reception of DS-CDMA signals," IEICE Trans. Commun., Vol. E86-B, No. 9, pp. 2781-2784, Sept. 2003.

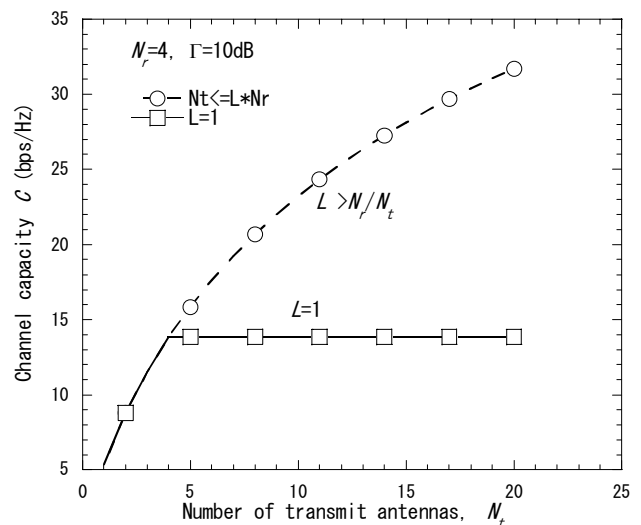


図 1 MIMO チャンネル容量。

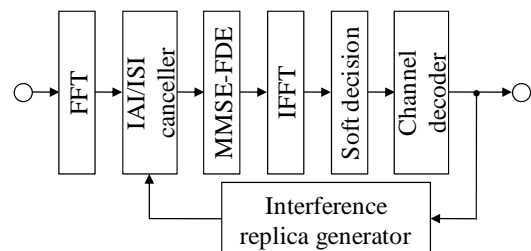


図 2 IAI/ISI キャンセルと MMSE-FDE を用いる信号検出。